

## Recenzja

rozprawy doktorskiej pt. „*Lie-algebraiczne algorytmy suboptymalnego planowania ruchu układów nieholonomicznych w przestrzeni zadaniowej*”

autorstwa mgr inż. Arkadiusza Mielczarka.

Opiniowana praca doktorska dotyczy bardzo aktualnego, a zarazem trudnego do rozwiązania zagadnienia naukowego jakim jest zadania planowania ruchu (liniowych względem sterowania) układów nieholonomicznych poszerzonych o równania wyjścia z wykorzystaniem lokalnych metod Lie-algebraicznych, przy braku ograniczenia na całkowity czas wykonania ruchu. W pracy nie uwzględnia się dynamiki powyższych układów, a przeprowadzone rozważania dotyczą klasy bezdryfowych układów nieholonomicznych, które na poziomie kinematycznym są opisywane przez równanie powstałe z ograniczeń Pfaffa łączących ze sobą zmienne położenia (konfiguracje) oraz prędkości układu. Równania wyjścia wiążą (na ogół w sposób nieliniowy) przestrzeń konfiguracyjną układu z przestrzenią zadaniową (na ogół mniejszego wymiaru), w której operuje bezdryfowy układ nieholonomiczny. Dwu-punktowy problem graniczny w przestrzeni zadaniowej postawiony przez Autora pracy jest zagadnieniem trudnym ponieważ przyjęta do rozważań klasa układów nieholonomicznych charakteryzuje się tym, że wymiar wektora sterowania (w tym przypadku prędkości) jest na ogół mniejszy niż wymiar wektora konfiguracji a macierz Jacobiego otrzymana w wyniku różniczkowania równań wyjścia może być dodatkowo zdegenerowana co istotnie komplikuje zagadnienie (lokalnej) sterowalności w/w układów. W literaturze krajowej i zagranicznej znane są na ogół rozwiązania trudnego dwu-punktowego problemu granicznego w przestrzeni konfiguracyjnej, a w przypadku wykorzystania metod algebraicznych tylko w przestrzeni konfiguracyjnej. W tym kontekście zaproponowane przez Autora rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej zostało uogólnione na (ważne zarówno z teoretycznego jak i praktycznego punktu widzenia) bezdryfowe układy nieholonomiczne podlegające ograniczeniom wynikającym z istnienia równań

wyść. W świetle powyższego praca stanowi rozwiązanie aktualnego problemu naukowego oraz nową wartość w dziedzinie robotyki. W mojej opinii rozprawa stanowi bardzo dobre uzupełnienie wyników istniejących w literaturze światowej. Dlatego też stwierdzam, że Autor napisał cenną (z naukowego punktu widzenia) pracę, która zasługuje na miano rozprawy doktorskiej. Stwierdzenie to opieram na następujących przesłankach.

W pracy Autor podaje kompletne rozwiązanie problemu planowania ruchu w przestrzeni zadaniowej na poziomie równań kinematyki dla bezdryfowych układów nieholonomicznych z więzami. W sposób oryginalny postawił i udowodnił tezę rozprawy o skuteczności obliczeniowej lokalnych metod Lie-algebraicznych w planowaniu ruchu układów bezdryfowych w przestrzeni zadaniowej wprowadzając dodatkowe względem przestrzeni konfiguracyjnej kryteria optymalizacyjne. Do rozwiązania dwu-punktowego problemu granicznego w przestrzeni zadaniowej z ograniczeniami na zmienne zadaniowe oraz z nieustalonym całkowitym czasem końcowym Autor wykorzystał macierz Jacobiego otrzymaną z równań wyjścia oraz uogólnioną formułę Campbella–Bakera–Husdorffa–Dynkina (gCBHD), która określa jak sterowania lokalnie wpływają w zadanej konfiguracji na zachowanie się trajektorii. W tym miejscu warto nadmienić, że formułę tą jako pierwszy użył Dulęba do Lie-algebraicznej metody planowania trajektorii robotów. Zadanie odwrotne kinematyki Autor rozwiązał poprzez zrzutowanie nieskończonej wymiarowej przestrzeni sterowań na podprzestrzeń skończonej wymiarowej (przestrzeń parametrów sterowań) wykorzystując w tym celu ortonormalną bazę Fouriera. Parametry sterowań wyznaczono stosując zarówno klasyczną metodę Newtona jak i metodę Newtona z optymalizacją w przestrzeni zerowej z wieloma wartościami początkowymi wektorów parametrów.

W tym kontekście, za szczególnie cenne uważam wprowadzenie przez Autora pracy definicji sterowalności w krótkim czasie (X-STLC) w przestrzeni zadaniowej, która zgodnie z moją wiedzą nie była wcześniej znana. Chciałbym tutaj nadmienić, że w szczególnym przypadku równań wyjścia układu stanowiących identyczność wprowadzona przez Autora X-STLC pokrywa się ze znaną z literatury światowej sterowalnością w krótkim czasie dla układów dynamicznych - STLC (w szczególności bezdryfowych układów nieholonomicznych rozpatrywanych w pracy). Pożytecznym wnioskiem z wprowadzonych pojęć jest stwierdzenie Autora odnoszące się do podklasy funkcji wyjść będących nietrywialnymi projekcjami z przestrzeni konfiguracyjnej w jej właściwą podprzestrzeń. Mianowicie dla tej podklasy macierz Jacobiego ma pełny rząd i w konsekwencji zwykła STLC pociąga za sobą istnienie X-STLC. Oryginalnym osiągnięciem jest również podane i udowodnione przez Autora Twierdzenie 1 z rozdziału 3 pracy o zerowej sumie wszystkich współczynników pre-sterowań w każdej warstwie algebry Liego. Za niezwykle cenne uważam również podanie warunków

dla osobliwości układu nieholonomicznego z ograniczeniami w postaci nietrywialnych równań wyjścia a także zaproponowanie konstruktywnej metody ich wyznaczenia.

Rozprawa liczy 127 stron, składa się z 11 rozdziałów, dodatku A, podsumowania i dobrze skorelowanej literatury przedmiotu. Wyodrębnić w niej można trzy części. Rozdziały 1-5 wprowadzają w zakres pracy i przedstawiają niezbędne definicje konieczne do zrozumienia dalszej części. Zaprezentowano w nich analizę literaturową, przebadano podstawowe narzędzia stosowane w metodzie Lie-algebraicznej. Zawarto opis badań symulacyjnych dotyczących wplywu parametrów sterowań na kształt trajektorii. Analizowane również dobór parametryzacji sterowań. Kluczowe są rozdziały 6-11, w których wprowadzono pojęcia i definicje wykorzystywane podczas planowania ruchu nieholonomicznych układów bezdryfowych w przestrzeni zadaniowej, określono przydatność sfer nieholonomicznych w przestrzeni zadaniowej, wskazano na problem przedwczesnej zbieżności algorytmów planowania ruchu bazujących na metodzie Lie-algebraicznej, przedstawiono wyniki badań symulacyjnych wpływu początkowego wektora parametrów sterowań (wymaganego w algorytmie Newtona) na kształt trajektorii z wykorzystaniem formuły gCBHD oraz zaproponowano algorytm umożliwiający rozwiązanie zadania planowania ruchu w przestrzeni zadaniowej ze znanymi przeszkodami statycznymi. Ostatnią część stanowi podsumowanie rozprawy.

Wartym nadmienia jest również fakt, że ze względu na złożoność obliczeniową formuły gCBHD, Autor zaproponował oryginalny, a przy tym niezwykle efektywny obliczeniowo algorytm kombinatoryczny dla wyliczenia pre-sterowań wynikających z tej formuły wraz z porównaniem z renomowanymi algorytmami znanymi w literaturze przedmiotu.

Rozważania teoretyczne zostały zilustrowane przez Autora nietrywialnymi przykładami numerycznymi dla następujących układów: robota jednokołowego, samochodu kinematycznego, oraz integratora Brocketta (jako przykładu układu nilpotentnego). Pragnę nadmienić, że obliczenia numeryczne stanowią ważny element pracy i nie tylko ze względu na to, że przedstawiają ilustrację rozważań teoretycznych. W mojej opinii otrzymanie zadowalających wyników obliczeń numerycznych nie jest w omawianym przypadku sprawą prostą i jestem przekonany, że Autor spędził sporo czasu przy komputerze zanim uzyskał sensowne wyniki. Dlatego wkład Autora w tym miejscu uważam również za znaczący. Poniżej zamieszczam kilka uwag krytycznych, które nasunęły mi się podczas czytania pracy:

- zaproponowane w pracy algorytmy planowania ruchu nieholonomicznych układów bezdryfowych w przestrzeni zadaniowej, np. Algorytm 11.1, nie gwarantuje (w mojej opinii) zbieżności do zadanego położenia docelowego zarówno w sytuacji braku znajomości bazowej ścieżki referencyjnej jak i nawet braku przeszkód w przestrzeni roboczej. W tym kontekście Autor powinien podać np. warunki konieczne potrzebne



do wykazania zbieżności algorytmu planowania wraz z dowodem wykorzystując np. teorię Lapunowa lub elementy aparatu analizy funkcjonalnej (zobacz np. *Galicki, 2017, Nonlinear Dynamics*);

- pewnym mankamentem otrzymanych rozwiązań jest nieciągłość generowanych sterowań. Z uwagi na to, że Autor wyznacza rozwiązania na poziomie równań kinematyki, ograniczenie to oznacza, że prędkości układu mogą być nieciągłe. Ponadto ich amplitudy mogą również być nieograniczone nawet w przypadku użycia metody Newtona z optymalizacją w przestrzeni zerowej. W moim przekonaniu niedogodność ta może ograniczyć praktyczne wykorzystanie powyższych metod;
- w rozprawie słabo ugruntowano potrzebę wykorzystania lokalnej metody planowania ruchu jako alternatywnej do metod globalnych (zobacz *Galicki, 2017, Nonlinear Dynamics*);
- pewnym mankamentem jest również brak analizy wykorzystania zaproponowanych algorytmów planowania ruchu w przypadku ograniczeń na zmienne stanu (zagadnienie istnienia przeszkód w przestrzeni roboczej). Wprawdzie Algorytm 11.1 w danych wejściowych zawiera pełną informację o przeszkodach statycznych zawartych w przestrzeni zadaniowej jednakże bezkolizyjna bazowa ścieżka referencyjna jest wyznaczana w oparciu o algorytm planowania zupełnie niezależnie od planowania ruchu układu nieholonomicznego;
- redakcja pracy zawiera pewne błędy stylistyczne i maszynowe. Większość z nich zaznaczyłem bezpośrednio w tekście pracy (przekazałem Autorowi) jak np. 11<sub>8</sub> jest konstruowanie powinno być konstruowane; wzór (2.15) jest  $\delta u$  a powinno (chyba) być  $\delta p$ .

Powyższe uwagi mają częściowo charakter dyskusyjny, inne natomiast powinny być dokładnie sprawdzone przez Autora. Nie wpływają one jednak na pozytywną ocenę pracy.

Uważam, że opiniowana rozprawa doktorska mgra inż. Arkadiusza Mielczarka spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim przez obowiązującą ustawę o stopniach i tytule naukowym. Wnoszę więc o jej przyjęcie i dopuszczenie Autora do publicznej obrony.

KIEROWNIK  
Katedry Informatyki i Automatyki Produkcji  
*M. Galicki*  
prof. dr hab. inż. Mirosław Galicki