

dr inż. Joanna Ratajczak
Politechnika Wrocławska
Wydział Elektroniki, Fotoniki
i Mikrosystemów
Katedra Cybernetyki i Robotyki
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

Wrocław, 11 kwietnia 2022

Załącznik nr 3
do wniosku z dnia 11 kwietnia 2022
o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego
w dziedzinie Nauk Inżynieryjno-Technicznych
w dyscyplinie Automatyka, Elektronika i Elektrotechnika

Autoreferat

Spis treści

I.	Imię i Nazwisko	3
II.	Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej	3
III.	Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych .	3
IV.	Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy	3
IV.1	Wykaz publikacji zaliczonych do cyklu	3
IV.2	Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników	6
IV.2.1	Wstęp	6
IV.2.2	Układy holonomiczne	8
IV.2.2.1	Preliminaria	8
IV.2.2.2	Dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu	9
IV.2.2.3	Aproksymacja algorytmu jacobianu dynamicznie zgodnego algorytmem typu jacobianu rozszerzonego	11
IV.2.3	Układy nieholonomiczne	16
IV.2.3.1	Preliminaria	16
IV.2.3.2	Dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu	17
IV.2.3.3	Lagranżowska odwrotność jacobianu	23
IV.2.3.4	Nieparametryczne planowanie ruchu trójwymiarowego manipulatora kosmicznego	26
IV.2.4	Postaci normalne planarnego manipulatora kosmicznego swobodnie szubującego	30
IV.3	Podsumowanie dotychczasowych badań	35
IV.4	Planowane dalsze aktywności badawcze	36
V.	Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej.	37
VI.	Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę.	38
VI.1	Działalność dydaktyczna	38
VI.1.1	Prace dyplomowe	39
VII.	Oprócz kwestii wymienionych w pkt. 1-6, wnioskodawca może podać inne informacje, ważne z jego punktu widzenia, dotyczące jego kariery zawodowej.	40
VII.1	Publikacje spoza cyklu stanowiącego podstawę ubiegania się o habilitację	40
VII.2	Udział w projektach badawczych	44
VII.3	Działalność badawczo-rozwojowa	45
VII.4	Działalność organizacyjna	45
VII.5	Nagrody i wyróżnienia	45
VII.6	Dane naukometyczne	46
VII.7	Spis raportów	47

I. IMIĘ I NAZWISKO

Joanna Ratajczak

II. POSIADANE DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE/ARTYSTYCZNE – Z PODANIEM NAZWY, MIEJSCA I ROKU ICH UZYSKANIA ORAZ TYTUŁU ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

- Stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie Automatyka i Robotyka, Politechnika Wrocławska, Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki, tytuł rozprawy doktorskiej: „Aproksymacja algorytmów planowania ruchu robotów” promotor: Prof. dr hab. inż. Krzysztof Tchoń, recenzenci:
Prof. dr hab. inż. Krzysztof Kozłowski, Politechnika Poznańska
Prof. dr hab. inż. Ignacy Dulęba, Politechnika Wrocławska
21.03.2012
- Dyplom ukończenia studiów magisterskich, Politechnika Wrocławska, Wydział Elektroniki, kierunek Automatyka i Robotyka
tytuł pracy: „Modele i algorytmy sterowania robotów podwodnych”
promotor: Prof. dr hab. inż. Krzysztof Tchoń
2007.

III. INFORMACJE O DOTYCHCZASOWYM ZATRUDNIENIU W JEDNOSTKACH NAUKOWYCH

2015- adiunkt w Katedrze Cybernetyki i Robotyki na Wydziale Elektroniki (do rozwiązania Wydziału 15.09.2021), obecnie na Wydziale Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Politechniki Wrocławskiej

2012-2015 asystent w Instytucie Informatyki, Automatyki i Robotyki na Wydziale Elektroniki Politechniki Wrocławskiej

IV. OMÓWIENIE OSIĄGNIĘĆ, O KTÓRYCH MOWA W ART. 219 UST. 1 PKT. 2 USTAWY

Podstawę wniosku habilitacyjnego stanowi osiągnięcie przedstawione w cyklu publikacji powiązanych tematycznie, zatytułowanych:

„Jakobianowe algorytmy planowania ruchu dla modeli holonomicznych i nieholonomicznych układów robotycznych bazujące na paradygmacie endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej: analiza teoretyczna, własności, symulacyjne badania porównawcze”

IV.1 Wykaz publikacji zaliczonych do cyklu

Cykl obejmuje dziewięć publikacji wybranych przez habilitantkę spośród prac opublikowanych po uzyskaniu stopnia doktora.

- [A1] **Joanna Ratajczak (100%)**. „Design of inverse kinematics algorithms: extended Jacobian approximation of the dynamically consistent Jacobian inverse”. W: *Archives of Control Sciences* 25.1 (2015). DOI: 10.1515/acsc-2015-0003, strony 35–50
Lista Filadelfijska, punktacja MNiSW/MNiE: 15.
Mój wkład: Definicja problemu aproksymacji i błędu aproksymacji jako miary podobieństwa operatorów odwrotności jacobianów. Zaproponowanie miary jakości aproksymacji dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu. Wykorzystanie dekompozycji Choleskiego i metody Ritza do uzyskania numerycznego rozwiązania problemu. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia. Krytyczna interpretacja wyników. Redakcja artykułu.
Mój udział procentowy wynosi 100%.
- [A2] **Joanna Ratajczak (60%)** i Krzysztof Tchoń (40%). „Dynamically consistent Jacobian inverse for mobile manipulators”. W: *International Journal of Control* 89.6 (2016). DOI: 10.1080/00207179.2015.1124144, strony 1159–1168
Lista Filadelfijska, **IF: 2.208**, punktacja MNiSW/MNiE: 25.
Mój wkład: Współtworzenie algorytmu planowania ruchu manipulatorów mobilnych korzystającego z dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu oraz teorii endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Opracowanie parametrycznej reprezentacji algorytmu planowania ruchu manipulatorów mobilnych opartego na dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia. Współredakcja artykułu.
Mój udział procentowy wynosi 60%.
- [A3] Krzysztof Tchoń (40%) i **Joanna Ratajczak (60%)**. „Dynamically Consistent Jacobian Inverse for Non-holonomic Robotic Systems”. W: *Nonlinear Dynamics* 85.1 (2016). DOI: 10.1007/s11071-016-2672-x, strony 107–122
Lista Filadelfijska, **IF: 3.464**, punktacja MNiSW/MNiE: 45.
Mój wkład: Współudział w wprowadzeniu dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu w oparciu o trzy różne metody. Demonstracja własności dynamicznej zgodności dla układów holonomicznych i nieholonomicznych. Adaptacja dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu do rozwiązania zadania planowania ruchu układów nieholonomicznych. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia. Krytyczna interpretacja wyników. Współredakcja artykułu.
Mój udział procentowy wynosi 60%.
- [A4] **Joanna Ratajczak (80%)** i Krzysztof Tchoń (20%). „On dynamically consistent Jacobian inverse for non-holonomic robotic systems”. W: *Archives of Control Sciences* 27.4 (2017). DOI: 10.1515/acsc-2017-0033, strony 555–573
Lista Filadelfijska, **IF: 1.545**, punktacja MNiSW/MNiE: 15.
Mój wkład: Adaptacja metody geometrycznej wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu dla skończonego wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia. Krytyczna interpretacja wyników. Współredakcja artykułu.
Mój udział procentowy wynosi 80%.
- [A5] **Joanna Ratajczak (60%)** i Krzysztof Tchoń (40%). „Dynamic non-holonomic motion planning by means of dynamically consistent Jacobian inverse”. W: *IMA Journal of Mathematical Control and Information* 35.2 (2018). DOI: 10.1093/imamci/dnw058,

strony 479–489

Lista Filadelfijska, **IF: 1.00**, punktacja MNI_{SW}/MNI_E: 25.

Mój wkład: Współudział przy adaptacji algorytmu planowania ruchu z dynamicznie zgodną odwrotnością jakobianu dla układów nieholonomicznych z dynamiką. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia. Współredakcja artykułu. Mój udział procentowy wynosi 60%.

- [A6] Krzysztof Tchoń (60%) i **Joanna Ratajczak (40%)**. „General Lagrange-type Jacobian inverse for nonholonomic robotic systems”. W: *IEEE Transactions on Robotics* 34.1 (2018). DOI: 10.1109/TR0.2017.2754520, strony 256–263

Lista Filadelfijska, **IF: 6.483**, punktacja MNI_{SW}/MNI_E: 50.

Mój wkład: Weryfikacja wywodów matematycznych. Analiza i numeryczna weryfikacja własności specyficznych postaci funkcjonałów Lagrange’a. Opracowanie wariantów algorytmu planowania ruchu w oparciu o różne funkcjonały Lagrange’a. Numeryczna weryfikacja efektywności zaproponowanego podejścia wraz z analizą porównawczą wpływu doboru specyficznych postaci funkcjonałów Lagrange’a na rozwiązanie problemu planowania ruchu robota kosmicznego. Krytyczna interpretacja wyników. Współredakcja artykułu.

Mój udział procentowy wynosi 40%.

- [A7] Krzysztof Tchoń (45%), Witold Respondek (35%), i **Joanna Ratajczak (20%)**. „Normal forms and configuration singularities of a space manipulator”. W: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 93.3-4 (2019). DOI: 10.1007/s10846-018-0883-8, strony 621–634

Lista Filadelfijska, **IF: 2.259**, punktacja MNI_{SW}/MNI_E: 100.

Mój wkład: Współudział w zdefiniowaniu postaci pre-normalnej i normalnej dla manipulatora kosmicznego o dwóch stopniach swobody. Wyprowadzenie funkcji Lagrange’a dla manipulatora kosmicznego o dwóch stopniach swobody.

Mój udział procentowy wynosi 20%.

- [A8] **Joanna Ratajczak (60%)** i Krzysztof Tchoń (40%). „Normal forms and singularities of non-holonomic robotic systems: A study of free-floating space robots”. W: *Systems & Control Letters* 138 (2020). DOI: 10.1016/j.sysconle.2020.104661, strony 1–9

Lista Filadelfijska, **IF: 2.804**, punktacja MNI_{SW}/MNI_E: 100.

Mój wkład: Współudział w zdefiniowaniu postaci pre-normalnych i normalnych dla układu manipulatora kosmicznego o dowolnej, arbitralnej liczbie stopni swobody oraz analiza osobliwości układu. Obliczanie form różniczkowych. Weryfikacja wywodów matematycznych. Współredakcja artykułu.

Mój udział procentowy wynosi 60%.

- [A9] **Joanna Ratajczak (60%)** i Krzysztof Tchoń (40%). „Coordinate-Free Jacobian Motion Planning: A 3-D Space Robot”. W: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* (2021). DOI: 10.1109/TSMC.2021.3125276, strony 1–8

Lista Filadelfijska, **IF: 13.451**, punktacja MNI_{SW}/MNI_E: 200.

Mój wkład: zdefiniowanie postaci funkcji Lagrange’a trójwymiarowego manipulatora typu free-floating oraz modelu dynamiki wyrażonych we współrzędnych uogólnionych należących do rozmaitości konfiguracyjnej opisującej pozycję manipulatora za pomocą grupy obrotów $SO(3)$ i zmiennych przegubowych. Współudział w definicji algorytmu planowania ruchu. Weryfikacja wywodów matematycznych. Przeprowadzenie oraz ana-

liza wyników badań symulacyjnych przyjętego rozwiązania. Współredakcja artykułu. Mój udział procentowy wynosi 60%.

Przy pracach podano punktację MNiSW/MNiE oraz Impact Factor z roku publikacji. Zebrane dane naukometryczne dotyczące całego cyklu zawarto w tabeli 1. W całym dokumencie przyjęto następujący system oznaczeń pozycji literaturowych: [A*] – pozycja z cyklu publikacji wchodzących w skład osiągnięcia, [B*] – pozycja spoza cyklu, opublikowana przed uzyskaniem stopnia doktora, [C*] – pozycja spoza cyklu, opublikowana po uzyskaniu stopnia doktora, [D*] – raporty Politechniki Wrocławskiej, [E*] – prace dyplomowe prowadzone pod opieką habilitantki.

Tabela 1: Podsumowanie cyklu publikacji wchodzących w skład osiągnięcia

Publikacja	Udział habilitanta	Impact Factor	Punkty MNiSW
[A1]	100%	—	15 (2015)
[A2]	60%	2.208	25 (2016)
[A3]	60%	3.464	45 (2016)
[A4]	80%	1.545	15 (2017)
[A5]	60%	1.000	25 (2018)
[A6]	40%	6.483	50 (2018)
[A7]	20%	2.259	100 (2019)
[A8]	60%	2.804	100 (2020)
[A9]	60%	13.451	200 (2021)
Suma		33.214	175 (do 2018), 400 (po 2019)

IV.2 Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników

IV.2.1 Wstęp

Teoria układów robotycznych wprowadza podział na roboty holonomiczne i roboty nieholonomiczne. Popularnym reprezentantem pierwszej grupy są stacjonarne roboty manipulacyjne. Do drugiej grupy zaliczamy, między innymi, kołowe roboty mobilne. Kinematyka układów holonomicznych zwykle reprezentowana jest przy pomocy równania algebraicznego. Odmiennie natomiast dla układów nieholonomicznych, dla których odwzorowanie przyjmuje postać równania różniczkowego. Układy nieholonomiczne pierwszego rzędu charakteryzują się obecnością ograniczeń (więzów) prędkościowych (nieholonomicznych) w kinematyce układu, które dla układów holonomicznych nie występują. Ponadto, można dokonać dalszego podziału układów nieholonomicznych na układy opisane za pomocą bezdryfowego układu sterowania lub afinicznego układu z dryfem. Powyższe charakteryzacje układów wskazują, że modele matematyczne robotycznych układów nieholonomicznych są zwykle bardziej skomplikowane niż modele układów holonomicznych.

Dla obu wymienionych grup układów robotycznych pojawia się zadanie planowania ruchu polegające na wyznaczeniu takiego sterowania, które podane jako sygnał wejściowy (sterowanie) do modelu robota umożliwi osiągnięcie zadanego stanu (położenia) końcowego. W literaturze można znaleźć wiele metod rozwiązujących ten problem dla konkretnych klas modeli układów robotycznych. Szczególnie popularnym narzędziem stosowanym dla układów holonomicznych jest wykorzystanie algorytmów jakobianowych, ułatwiających zadanie przez operowanie

w przestrzeniach prędkości zamiast położeniowych (konfiguracyjnych). Wprowadzona przez K. Tchonia teoria endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej umożliwia kreowanie dla układów nieholonomicznych analogonów pojęć znanych dla układów holonomicznych, co z kolei pozwala tworzyć nowe jakobianowe algorytmy planowania ruchu dla układów nieholonomicznych. Pojęcie endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej wykorzystuje teorie i narzędzia zaczerpnięte z geometrii różniczkowej, analizy funkcjonalnej i rachunku wariacyjnego do zdefiniowania jakobianu układu nieholonomicznego będącego operatorem liniowym w odpowiednich przestrzeniach funkcyjnych. Dzięki wykorzystaniu wspomnianej analogii możliwe staje się tworzenie uniwersalnych algorytmów planowania ruchu, które są niezależne od postaci modelu układów robotycznych. Z drugiej strony, wymagane obliczenia stają się bardziej skomplikowane ze względu na znaczący wzrost wymiarowości zadań planowania, co skutkuje koniecznością poszukiwania uproszczeń.

Powszechnie znane są kanoniczne postaci modeli dynamicznych a także sposoby ich użycia. W przypadku układów nieholonomicznych, z uwagi na stopień skomplikowania modelu, takie przekształcenia zwykle nie są trywialne. W szczególności, w toku badań naukowych, habilitantka zajmowała się, między innymi, problematyką planowania ruchu manipulatorów kosmicznych. Ich modele wyprowadzane są w oparciu o zasadę zachowania pędu i momentu pędu tworząc skomplikowane, nieliniowe równania ruchu. Prowadzenie badań symulacyjnych związanych z rozwiązaniem zadania planowania ruchu manipulatorów kosmicznych jest w praktyce bardzo uciążliwe z uwagi na znaczny czas obliczeń numerycznych. Możliwym rozwiązaniem jest zastosowanie dyfeomorfizmu do zamiany współrzędnych, a jeśli ów zabieg jest niewystarczający, można wykorzystać równoważność przez sprzężenie zwrotne. W efekcie, otrzymuje się model równoważny o uproszczonej postaci (strukturze), którego numeryczne scałkowanie będzie szybsze. Finalnie, można wykazać, że przekształcenie modelu do uproszczonej postaci, rozwiązanie zadania planowania ruchu dla tej postaci i następnie przeprowadzenie przekształcenia odwrotnego jest bardziej efektywne od próby rozwiązania zadania planowania ruchu dla oryginalnego modelu.

Ponadto, praca nad rozwojem algorytmów dla manipulatorów kosmicznych postawiła klasyczny problem reprezentacji orientacji obiektu w przestrzeni trójwymiarowej. Powszechnie wiadomo, że popularne reprezentacje orientacji przy pomocy np. kątów Eulera są minimalne, ale jednocześnie obciążone osobliwościami reprezentacji. W celu wyeliminowania tej wady, orientacja manipulatora kosmicznego została określona na rozmaitości $\mathbb{SO}(3)$ i przedstawiona w postaci pozbawionej współrzędnych macierzy rotacji. W konsekwencji zachodziła konieczność sformułowania nowego jakobianowego algorytmu planowania ruchu z najbardziej ogólną postacią reprezentacji orientacji.

Przedstawione powyżej kwestie związane z transformacjami modeli do innych, równoważnych postaci oraz sposoby reprezentacji obiektów robotycznych mogą zostać naturalnie uogólnione na inne niż manipulatory kosmiczne modele układów robotycznych.

Cel naukowy

Na bazie powyższych spostrzeżeń określám główny cel naukowy jako:

rozwój nowych jakobianowych algorytmów planowania ruchu zarówno dla układów holonomicznych jak i nieholonomicznych.

Oryginalne algorytmy z jednej strony powinny cechować się specyficznymi własnościami, przykładowo: ograniczaniem energii sterowań, unikaniem osobliwości, omijaniem przeszkód itp. Z drugiej natomiast, dzięki konsekwentnemu stosowaniu teorii endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej, zyskują uniwersalność dla szerokiej gamy układów robotycznych i postaci ich modelu

matematycznego.

W trakcie prowadzonych badań naukowych związanych z rozwojem nowych jakobianowych algorytmów planowania ruchu pojawił się drugi, istotny problem polegający na dużej złożoności obliczeniowej, którego rozwiązanie stało się kolejnym celem i wyzwaniem prac badawczych. Dla realizacji drugiego celu zostały zdefiniowane przekształcenia przeprowadzające złożony model układu robotycznego w postaci manipulatora kosmicznego do uproszczonych postaci.

Trzecim celem była propozycja algorytmu planowania ruchu dla modeli bez odwoływania się do współrzędnych w pewnych (pod-) przestrzeniach; egzemplifikowana przez reprezentację orientacji w specjalnej grupie obrotów $\mathbb{SO}(3)$ w celu uniknięcia osobliwości związanych z reprezentacją orientacji robota.

IV.2.2 Układy holonomiczne

IV.2.2.1 Preliminaria

Niech kinematyka redundantnego holonomicznego manipulatora stacjonarnego będzie opisana jako

$$y = k(q), \quad (1)$$

gdzie $q \in \mathbb{R}^n = Q$ określa zmienne konfiguracyjne (przegubowe), a $y \in \mathbb{R}^m = Y$ jest wektorem zmiennych zadaniowych ($n > m$). Dla kinematyki (1) i zadanego punktu końcowego y_d w przestrzeni zadaniowej można zdefiniować odwrotne zadanie kinematyki jako wyznaczenie takiej konfiguracji przegubowej q_d , dla której $k(q_d) = y_d$. Do rozwiązywania odwrotnego zadania kinematyki można posłużyć się algorytmem jakobianowym, którego wyprowadzenie wywodzi się z metody kontynuacji. Mając daną konfigurację początkową q_0 , wybiera się gładką krzywą $q(t)$ w przestrzeni konfiguracyjnej przechodzącą przez q_0 , tak aby błąd w przestrzeni zadaniowej $e(t) = k(q(t)) - y_d$ wzdłuż tej krzywej zanikał eksponencjalnie do zera ze współczynnikiem $\gamma > 0$,

$$\frac{de(t)}{dt} = -\gamma e(t).$$

Różniczkując powyższe równanie otrzymuje się równanie Ważewskiego–Dawidenki

$$J(q(t)) \frac{dq(t)}{dt} = -\gamma(k(q(t)) - y_d),$$

gdzie $J(q) = \frac{\partial k(q)}{\partial q}$ jest jakobianem analitycznym manipulatora.

Jeśli $J^\#(q)$ jest pewną prawostronną odwrotnością jakobianu ($J(q)J^\#(q) = I_m$) to ostatecznie jakobianowy algorytm kinematyki odwrotnej jest zdefiniowany w konfiguracjach regularnych przez układ dynamiczny

$$\frac{dq}{dt} = -\gamma J^\#(q)e(t),$$

którego trajektoria prowadzi do rozwiązania w granicy do $q_d = \lim_{t \rightarrow +\infty} q(t)$.

Jakobianowe algorytmy kinematyki odwrotnej najczęściej bazują na odwrotności Moore–Penrose’a jakobianu ($J^{P\#}(q) = J^T(q)(J(q)J^T(q))^{-1}$) albo odwrotności typu jakobianu rozszerzonego. Aby zdefiniować jakobian rozszerzony dla kinematyki w postaci (1) wybiera się odwzorowanie rozszerzające

$$h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^s, \quad \tilde{y} = h(q), \quad s = n - m. \quad (2)$$

Następnie, korzystając z (2), definiuje się kinematykę rozszerzoną

$$l = (k, h): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \bar{y} = l(q)$$

z jacobianem rozszerzonym $\bar{J}(q) = \frac{\partial l(q)}{\partial q}$. Ostatecznie, odwrotność typu jacobianu rozszerzonego przyjmuje postać

$$J^{E\#}(q) = \bar{J}^{-1}(q) \Big|_{m \text{ pierwszych kolumn}},$$

gdzie $J^{E\#}(q)$ jest prawostronną odwrotnością jacobianu ($J(q)J^{E\#}(q) = I_m$) i jednocześnie spełnia warunek $\frac{\partial h(q)}{\partial q} J^{E\#}(q) = 0$. Z ostatniej własności wynika powtarzalność algorytmu, dzięki której zamkniętym krzywom w przestrzeni zadaniowej odpowiadają zamknięte krzywe w przestrzeni konfiguracyjnej.

Alternatywą do obu powyższych odwrotności jacobianu może być dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu zdefiniowana przez O. Khatiba.

IV.2.2.2 Dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu

Postać dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu dla układów holonomicznych została wyprowadzona metodą analizy sił w układzie przez O. Khatiba. Odwrotność jacobianu nazywamy dynamicznie zgodną jeśli siły należące do jądra odwrotnego jacobianu dualnego nie są przenoszone do przestrzeni zadaniowej, czyli nie powodują ruchu efektora.

Dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu jest wykorzystywana w zadaniach sterowania siłą, gdzie koniec efektora powinien wywierać pewną określoną siłę w trakcie wykonywania ruchu, np. przemieszczania efektora wzdłuż zadanej ścieżki.

Habilitantka wraz ze współautorem w artykule [A3] wyprowadziła tę odwrotność przy pomocy dwóch kolejnych metod: metody geometrycznej i metody optymalizacji. Poniżej przedstawiono zarys każdej z nich.

Zakładając, że układ nie podlega ograniczeniom nieholonomicznym, kinematyka we współrzędnych układu opisana jest równaniem (1), a dodatnio-określona macierz bezwładności manipulatora, istotnie wpływająca na własności dynamiczne manipulatora, jest oznaczona jako $M(q)$. Jeśli założymy, że kinematyka jest odwracalna to istnieje odwzorowanie $l: Y \rightarrow Q$, takie że $k \circ l = \text{id}_Y$. Niech $J(q) = Dk(q): T_q Q \rightarrow T_y Y$ oznacza jacobian (transformację między odpowiednimi przestrzeniami stycznymi), a $J^\#(q): T_y Y \rightarrow T_q Q$ będzie jego prawostronną odwrotnością. W takim razie przekształcenie $l(y)$ może być obliczone przy pomocy jacobianowego algorytmu kinematyki odwrotnej opartego na metodzie kontynuacji

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\gamma J^\#(q)(k(q) - y_d), \quad q(0) = q_0,$$

gdzie $\gamma > 0$ jest współczynnikiem zbieżności.

Macierz bezwładności $M(q)$ definiuje metrykę Riemanna $g_Q(q): T_q Q \times T_q Q \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ na Q daną jako $g_Q(q)(v_1, v_2) = v_1^T M(q)v_2$. Ta metryka ustanawia parę izomorfizmów muzycznych pomiędzy stycznymi i kostycznymi przestrzeniami w konfiguracji q : opuszczanie wskaźnika (be-mol) $g_Q^b(q): T_q Q \rightarrow T_q^* Q$ i podnoszenie wskaźnika (krzyżyk) $g_Q^\sharp(q) = (g_Q^b(q))^{-1}: T_q^* Q \rightarrow T_q Q$ zdefiniowane jako

$$g_Q^b(q)(v) = g_Q(q)(v, \cdot) = v^T M(q) = p, \quad g_Q^\sharp(q)(p) = M^{-1}(q)p^T = v. \quad (3)$$

Założono także, że istnieje metryka Riemanna $g_Y(y): T_y Y \times T_y Y \rightarrow \mathbb{R}$ z odpowiednimi izomorfizmami

$$g_Y^b(y)(w) = g_Y(y)(w, \cdot) = r, \quad g_Y^\sharp(y)(r) = w. \quad (4)$$

Elementy z przestrzeni kostycznych $p \in T_q^* Q$ i $r \in T_y^* Y$ nazwano kowektorami i traktuje się je jako pęd (i/lub momenty pędu). W kolejnej części korzystając z metryki Riemanna zaprezentowano trzy metody wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu dla holonomicznych manipulatorów.

Metoda geometryczna

Z definicji odwzorowanie dualne do jacobianu $J^*(q): T_{k(q)}^* Y \rightarrow T_q^* Q$ i odwzorowanie dualne do jacobianu odwrotnego $J^{\#*}(q): T_q^* Q \rightarrow T_{k(q)}^* Y$ spełniają $(J^*(q)r)v = rJ(q)v$ i $(J^{\#*}(q)p)w = p^\sharp(q)w$, gdzie (p, v) i (r, w) oznaczają pary odpowiadających sobie kowektorów i wektorów. Wszystkie przekształcenia mogą być przedstawione w postaci diagramu

$$\begin{array}{ccccc} y & \xrightarrow{l} & l(y) = q & \xrightarrow{k} & y \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ T_y Y & \xrightarrow{J^\sharp(q)} & T_q Q & \xrightarrow{J(q)} & T_y Y \\ \downarrow g_Y^b(y) & & g_Q^\sharp(q) \uparrow \downarrow g_Q^b(q) & & g_Y^\sharp(y) \uparrow \\ T_y^* Y & \xrightarrow{J^*(q)} & T_q^* Q & \xrightarrow{J^{\#*}(q)} & T_y^* Y \end{array}$$

Odwrotność jacobianu, która zapewnia prawidłową komutację diagramu jest nazwana dynamicznie zgodną odwrotnością jacobianu $J^{\#DC}(q)$. Aby ją uzyskać należy zacząć od lewej dolnej części diagramu

$$J^{\#DC}(q) = g_Q^\sharp(q)J^*(q)g_Y^b(y), \quad y = k(q).$$

Po przemnożeniu powyższego równania lewostronnie przez $J(q)$ otrzymuje się

$$g_Y^b(y) = \left(J(q)g_Q^\sharp(q)J^*(q) \right)^{-1}.$$

W takim razie, na mocy definicji (3) i (4), dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu jest następująca

$$J^{\#DC}(q) = M^{-1}(q)J^T(q) \left(J(q)M^{-1}(q)J^T(q) \right)^{-1}, \quad q = l(y). \quad (5)$$

Macierz $D^{DC}(q) = J(q)M^{-1}(q)J^T(q)$ jest dynamicznie zgodną macierzą manipulowalności, która jest pełnego rzędu dla konfiguracji regularnych. Można wykazać, że dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu (5) zapewnia komutację również prawej dolnej części diagramu.

Metoda analizy sił w układzie

Za pomocą analizy sił w układzie postać dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu została wyprowadzona przez O. Khatiba, który zauważył, że skoro $y(t) = k(q(t))$, to kolejne pochodne są odpowiednio równe prędkościom w przestrzeni zadaniowej $\dot{y}(t) = J(q(t))\dot{q}(t)$ i przyspieszeniom $\ddot{y}(t) = J(q(t))\ddot{q}(t) + \frac{dJ(q(t))}{dt}\dot{q}(t)$ w tej przestrzeni.

Z drugiej strony siła jest liczona jako

$$f(t) = \dot{p}(t) = \dot{q}^T(t)M(q(t)) + \dot{q}^T(t)\frac{dM(q(t))}{dt}.$$

Łatwo można pokazać, że dla dowolnej prawostronnej odwrotności jacobianu przestrzenie kostyczne rozkładają się

$$T_q^*Q = \text{Im}J^*(q) \oplus \text{Ker}J^{\#*}(q),$$

co można zapisać macierzowo

$$f^T = J^T(q)\Gamma + (I_n - J^T J^{\#T}(q))f_0,$$

gdzie Γ^T jest siłą działającą w przestrzeni zadaniowej, a f_0^T działa w przestrzeni konfiguracyjnej.

Dokonując odpowiednich podstawień Khatib doszedł do równania

$$\ddot{y}(t) = J(q(t))M^{-1}(q(t)) \left(J^T(q(t))\Gamma + (I_n - J^T(q(t))J^{\#T}(q(t)))f_0 - \frac{dM(q(t))}{dt}\dot{q}(t) \right) + \frac{dJ(q(t))}{dt}\dot{q}(t).$$

Ławo zauważyć, że aby siły należące do jądra $J^{\#*}(q)$ nie przenosiły się do przestrzeni zadaniowej musi być spełniony warunek

$$J(q)M^{-1}(q)(I_n - J^T(q)J^{\#T}(q)) = 0.$$

W takim razie, jedyną odwrotnością spełniającą to równanie jest dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu

$$J^{\#DC}(q) = M^{-1}(q)J^T(q) \left(J(q)M^{-1}(q)J^T(q) \right)^{-1}.$$

Korzystając z analogii do powyższej metody wyprowadzono po raz pierwszy dynamicznie zgodną odwrotność jacobianu dla układów nieholonomicznych [C4].

Metoda optymalizacji

Dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu może być także uzyskana jako rozwiązanie zadania optymalizacji poszukując $\min_v v^T M(q)v$ z ograniczeniem równościowym $J(q)v = w$. Funkcja Lagrange'a

$$L(v, \lambda) = v^T M(q)v + \lambda^T (J(q)v - w)$$

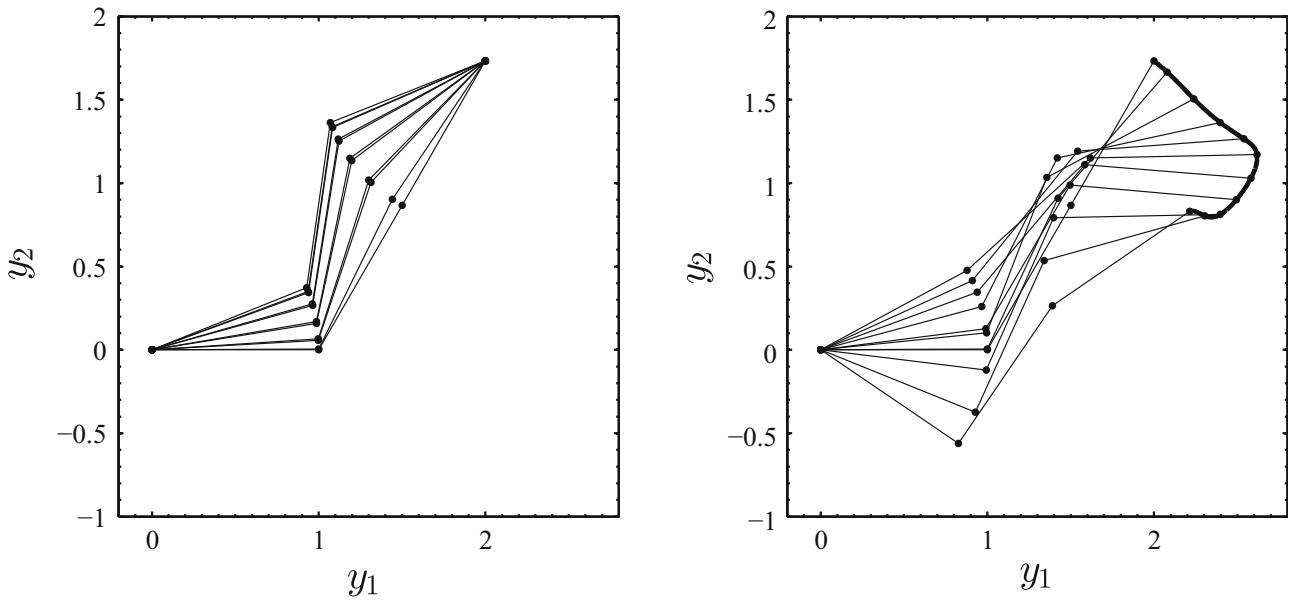
wykorzystana w metodzie mnożników Lagrange'a prowadzi do rozwiązania

$$v = M^{-1}(q)J^T(q) \left(J(q)M^{-1}(q)J^T(q) \right)^{-1} w = J^{\#DC}(q)w.$$

Aby pokazać cechę dynamicznej zgodności wyznaczonej odwrotności jacobianu przeprowadzono eksperyment numeryczny. Do końca efektoru przyłożono siłę Γ , która unieruchamia efektor. Równocześnie do układu podano siłę f_0 w przestrzeni przegubowej. Tylko w przypadku dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu pomimo obecności niezerowej siły f_0 powodującej ruch przegubów, koniec efektoru będzie nieruchomy. Wyniki symulacji przedstawiono na rysunku 1, gdzie dla porównania pokazano również wynik dla jacobianu pseudoodwrotnego.

IV.2.2.3 Aproksymacja algorytmu jacobianu dynamicznie zgodnego algorytmem typu jacobianu rozszerzonego

W pracy [A1] wyprowadzony został algorytm typu jacobianu rozszerzonego, który w efektywny sposób aproksymuje algorytm jacobianu dynamicznie zgodnego dla stacjonarnych manipulatorów redundantnych. Jak wspomniano, dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu używana jest w sterowaniu siłowym manipulatorów.



Rysunek 1: Manipulator 3R: sprawdzenie dynamicznej zgodności $J^{\#DC}$ (strona lewa) i $J^{\#P}$ (strona prawa)

Z drugiej strony, odwrotne zadanie kinematyki zazwyczaj jest rozwiązywane przy pomocy algorytmów jacobianowych, np. algorytmem typu jacobianu rozszerzonego. Powszechnie wiadomo, że z definicji algorytm typu jacobianu rozszerzonego gwarantuje powtarzalność rozwiązań, co oznacza, że zamkniętym ścieżkom w przestrzeni zadaniowej Y odpowiadają zamknięte ścieżki w przestrzeni przegubowej manipulatora Q . Własność ta jest przydatna podczas planowania ruchów cyklicznych. Ponadto, odpowiedni dobór funkcji rozszerzających pozwala kształtować dynamikę algorytmu, który poza rozwiązaniem odwrotnego zadania kinematyki może jednocześnie minimalizować wybraną funkcję kryterialną. Wykorzystując ten fakt skonstruowano algorytm, który będzie posiadał cechę powtarzalności i w swoim zachowaniu przybliżał zachowanie dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu.

Zadanie aproksymacji polega na znalezieniu odwrotności jacobianu rozszerzonego $J^{E\#}(q)$, która będzie aproksymowała w optymalny sposób dynamicznie zgodną odwrotność jacobianu $J^{DC\#}(q)$. W tym celu zdefiniowano parę macierzy

$$E_1(q) = \begin{bmatrix} J(q) \\ Dh(q) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} J^{E\#}(q) & N(q) \end{bmatrix} \quad (6)$$

oraz

$$E_2(q) = \begin{bmatrix} J(q) \\ K^T(q) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} J^{DC\#}(q) & M^{-1}(q)K(q) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie $h(q)$ jest funkcją rozszerzającą, $Dh(q) = \frac{\partial h(q)}{\partial q}$, $N(q)$ jest pewną macierzą, a macierz $K(q)$ spełnia zależności

$$J(q)M^{-1}(q)K(q) = 0 \quad (8)$$

i

$$K^T(q)M^{-1}(q)K(q) = I_s. \quad (9)$$

Jeśli $\tilde{Q} \subset Q$ oznacza podzbiór konfiguracji regularnych manipulatora to za pomocą (6) i (7) można zdefiniować błąd aproksymacji jako miarę odległości między $J^{DC\#}(q)$ i $J^{E\#}(q)$

$$\mathcal{E}(h) = \int_{\tilde{Q}} \|E_1^{-1}(q)E_2(q) - I_n\|_F^2 m(q) dq, \quad (10)$$

gdzie $m(q) dq$ pełni rolę formy objętości z $m(q) = \det(J(q)M^{-1}(q)J^T(q))$, a $\|\cdot\|_F$ oznacza normę Frobeniusa.

Rozwijając (10) błąd aproksymacji przyjmuje postać

$$\mathcal{E}(h) = \int_{\tilde{Q}} \text{tr} \left(Dh(q)P^{DC}(q) (Dh(q))^T - 2Dh(q)M^{-1}(q)K(q) + I_s \right) m(q) dq, \quad (11)$$

gdzie

$$P^{DC}(q) = J^{DC\#}(q) \left(J^{DC\#}(q) \right)^T + M^{-1}(q)K(q)K^T(q)M^{-1}(q).$$

Do znalezienia macierzy $K(q)$ potrzebnej do zdefiniowania błędu aproksymacji i spełniającej równania (8) i (9) użyto dekompozycji Choleskiego macierzy bezwładności

$$M(q) = T^T(q)T(q).$$

Wówczas, korzystając z macierzy $Z(q)$, której kolumny ortonormalne rozpinają jądro macierzy $S(q) = J(q)T^{-1}(q)$ ograniczenia (8) i (9) przybierają postać

$$S(q)Z(q) = 0$$

i

$$Z^T(q)Z(q) = I_s.$$

W pracy [A1] pokazano, że w konsekwencji macierz $K(q)$ spełniająca (8) i (9) może być wyliczona z zależności $T^{-1}(q)Z(q) = M^{-1}(q)K(q)$. Warto zauważyć, że w funkcjonale błędu $K(q)$ występuje tylko w wyrażeniu $M^{-1}(q)K(q)$.

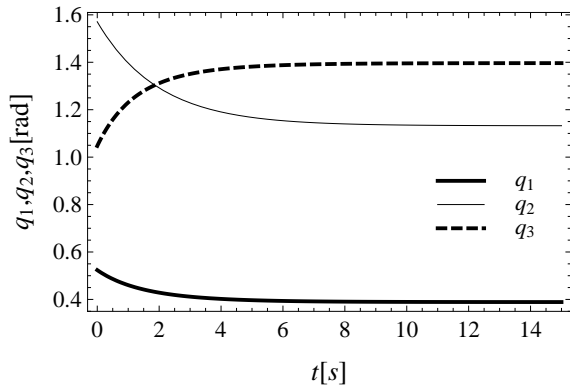
Funkcjonał błędu (11) powinien być minimalizowany ze względu na funkcje rozszerzające. W ten sposób zadanie aproksymacji sprowadza się do pewnego problemu rachunku wariacyjnego. Korzystając z zasad rachunku wariacyjnego otrzymuje się równania Eulera-Lagrange'a dla każdego $h_i(q)$, $i = 1, \dots, s$, które przyjmują postać liniowych eliptycznych cząstkowych równań różniczkowych. W rzeczywistych przypadkach układów robotycznych rozwiązanie takiego układu równań jest niemożliwe, dlatego posłużono się bezpośrednią metodą rachunku wariacyjnego – metodą Ritza.

W pracy [A1] pokazano efektywność algorytmu typu jakobianu rozszerzonego na podstawie badań symulacyjnych dla dwóch manipulatorów stacjonarnych: planarnego manipulatora 3R oraz Pumpy 560 i trzech algorytmów: jakobianu pseudoodwrotnego, dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu oraz jakobianu rozszerzonego będącego aproksymacją jakobianu dynamicznie zgodnego. Przykładowe rozwiązanie zadania planowania ruchu dla manipulatora typu potrójne wahadło ilustrują rysunki 2–4.

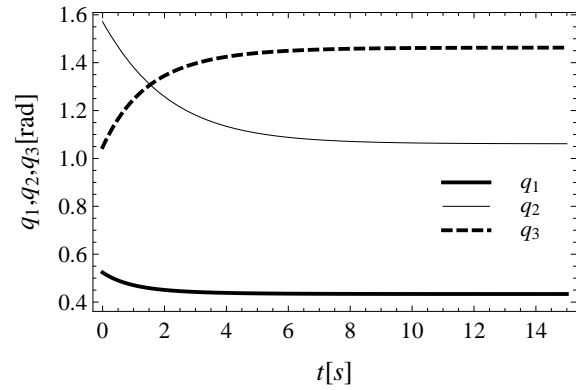
Dla zbadania jakości aproksymacji zdefiniowano miarę

$$\delta q = \|J(q)M^{-1}(q)(I_n - J^T(q)J^{\#T}(q))\|,$$

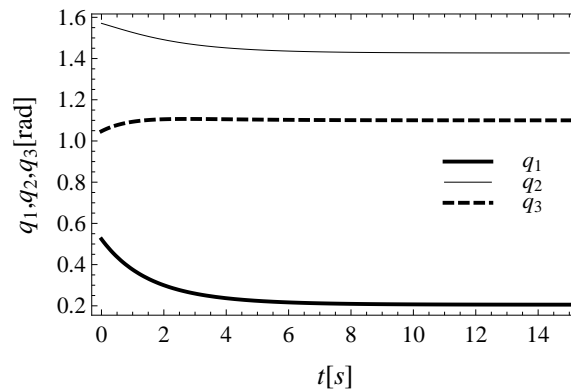
która dla dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu wzdłuż trajektorii jest równa zero. Rysunki 5 oraz 6 pokazują wartości kryterium jakości wzdłuż rozwiązania zadania planowania ruchu dla algorytmu typu jakobianu rozszerzonego i algorytmu jakobianu pseudoodwrotnego.



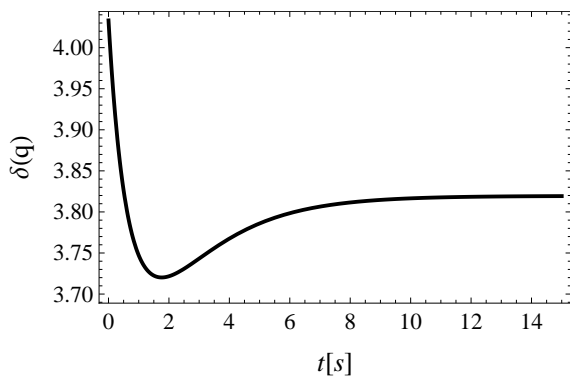
Rysunek 2: Manipulator 3R: rozwiązanie zadania planowania ruchu algorytmem typu jakobianu rozszerzonego



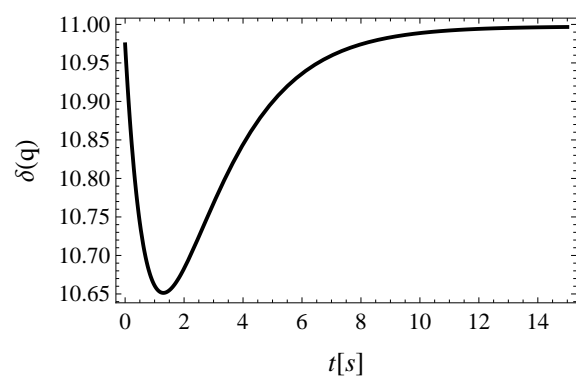
Rysunek 3: Manipulator 3R: rozwiązanie zadania planowania ruchu algorytmem dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu



Rysunek 4: Manipulator 3R: rozwiązanie zadania planowania ruchu algorytmem jakobianu pseudoodwrotnego

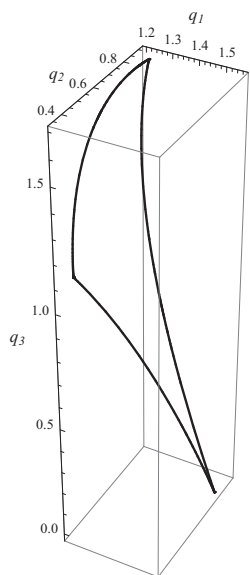


Rysunek 5: Manipulator 3R: miara jakości aproksymacji – algorytm typu jakobianu rozszerzonego

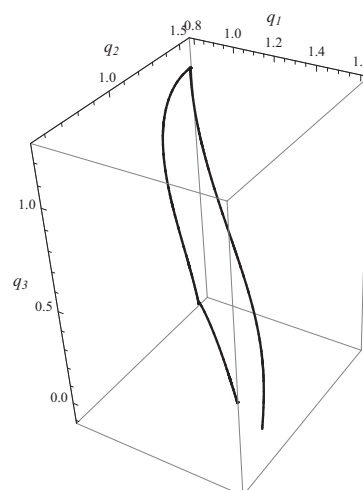


Rysunek 6: Manipulator 3R: miara jakości aproksymacji – algorytm jakobianu pseudoodwrotnego

Na rysunkach 7 i 8 pokazano wynik sprawdzenia własności powtarzalności algorytmu jakobianu rozszerzonego i algorytmu dynamicznie zgodnego. Można zauważyć, że otrzymany algorytm typu jakobianu rozszerzonego jest powtarzalny w przeciwieństwie do algorytmu opartego o dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu.

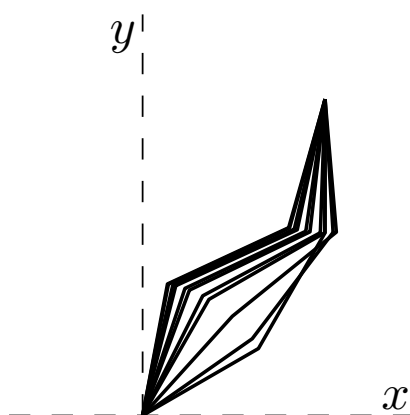


Rysunek 7: Trajektorie zmiennych przegubowych – algorytm typu jakobianu rozszerzonego

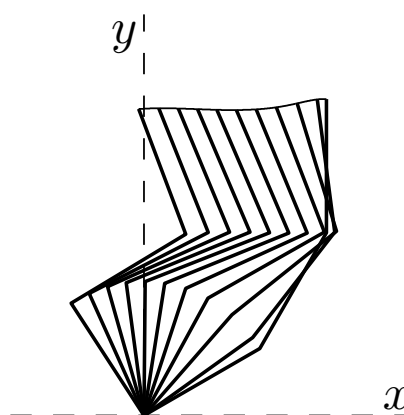


Rysunek 8: Trajektorie zmiennych przegubowych – algorytm dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu

Sprawdzenie własności dynamicznej zgodności jakobianu polega na określeniu, czy obliczone momenty sterujące w przegubach przekładają się na dodatkowe siły wywierane na efektor powodując jego ruch. Rezultat tego testu przedstawiony jest na rysunkach 9–11. Zauważamy, że zastosowanie jakobianu dynamicznie zgodnego pozwoliło na wykonanie ruchu przegubów, nie wywołując przemieszczenia efektora. Dla jakobianu rozszerzonego można zauważyć ruch końca efektora, mniejszy jednak niż w przypadku, gdy zastosowano jakobian pseudoodwrotny.

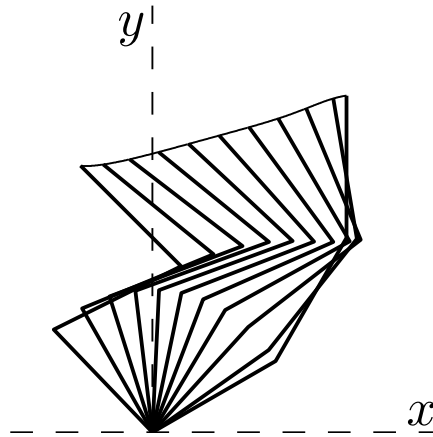


Rysunek 9: Kompensacja sił grawitacji – jakobian dynamicznie zgodny



Rysunek 10: Kompensacja sił grawitacji – jakobian rozszerzony

Reasumując, w pracy [A1] pokazano, że możliwe jest skonstruowanie odwrotności jakobianu (a w konsekwencji algorytm planowania ruchu), która przybliży zachowanie dynamicznie zgodnej odwrotności oraz cechuje się powtarzalnością, która nie jest zachowana w dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu.



Rysunek 11: Kompensacja sił grawitacji – jacobian pseudoodwrotny

IV.2.3 Układy nieholonomiczne

IV.2.3.1 Preliminaria

Niech nieholonomiczny układ robotyczny podlega ograniczeniom w postaci Pfaffa i będzie reprezentowany przez bezdryfowy układ sterowania z funkcją wyjścia

$$\begin{cases} \dot{q} = G(q)u = \sum_{i=1}^m g_i(q)u_i, \\ y = k(q) = (k_1(q), k_2(q), \dots, k_r(q))^T, \end{cases} \quad (12)$$

gdzie $q \in Q \cong \mathbb{R}^n$ są zmiennymi stanu, $u \in \mathbb{R}^m$ określają sterowania, a $y \in Y \cong \mathbb{R}^r$ oznaczają zmienne zadaniowe. Zakładamy, że funkcje sterujące należą do liniowej przestrzeni (Hilberta) $\mathcal{X} \subset L_m^2[0, T]$ funkcji całkowalnych z kwadratem w sensie Lebesgue'a na przedziale czasowym $[0, T]$ o wartościach w \mathbb{R}^m . Przestrzeń \mathcal{X} wyposażona w iloczyn skalarny $\langle u_1(\cdot), u_2(\cdot) \rangle = \int_0^T u_1^T(t)u_2(t)dt$ nazywa się endogeniczną przestrzenią konfiguracyjną układu nieholonomicznego. Przyjmujemy, że dla każdego dopuszczalnego sterowania $u(\cdot) \in \mathcal{X}$ trajektoria $q(t) = \varphi_{q_0, t}(u(\cdot))$ układu (12) zapoczątkowana w stanie q_0 istnieje w każdej chwili $t \in [0, T]$.

Odwzorowanie wejście-wyjście układu (12), zdefiniowane równością

$$K_{q_0, T}(u(\cdot)) = k(q(T)) = k(\varphi_{q_0, T}(u(\cdot))) = y(T)$$

będziemy nazywać kinematyką układu (12). Pochodna kinematyki względem konfiguracji endogenicznej

$$J_{q_0, T}(u(\cdot)) = D K_{q_0, T}(u(\cdot)) : T_{u(\cdot)}\mathcal{X} \longrightarrow T_{y(T)}Y, \quad (13)$$

definiuje, przez analogię do pochodnej kinematyki układów holonomicznych, jacobian układu (12). Przy ustalonym $u(\cdot)$ jacobian jest przekształceniem liniowym odpowiednich przestrzeni stycznych. Można pokazać, że jacobian jest wyznaczony przez liniowy układ stowarzyszony z (12) będący przybliżeniem liniowym tego układu wzdłuż funkcji sterującej i odpowiadającej jej trajektorii $(u(t), q(t))$. Mając dane to przybliżenie postaci

$$\dot{\xi} = A(t)\xi + B(t)v, \quad \xi_0 = 0, \quad w = C(t)\xi, \quad (14)$$

gdzie $\xi \in \mathbb{R}^n$, $v \in \mathbb{R}^m$ i $w \in \mathbb{R}^r$ oraz

$$A(t) = \frac{\partial G(q(t))u(t)}{\partial q}, \quad B(t) = G(q(t)), \quad C(t) = \frac{\partial k(q(t))}{\partial q},$$

jakobian można wyrazić wzorem

$$J_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = w(T) = C(T)\xi(T) = C(T) \int_0^T \Phi(T, t)B(t)v(t)dt. \quad (15)$$

Macierz fundamentalna $\Phi(t, s)$ układu (14) spełnia równanie

$$\frac{\partial \Phi(t, s)}{\partial t} = A(t)\Phi(t, s), \quad \Phi(s, s) = I_n.$$

Z definicji jakobian jest liniowym przekształceniem przestrzeni stycznych

$$J_{q_0, T}(u(\cdot)): T_{u(\cdot)}\mathcal{X} \longrightarrow T_{y(T)}Y, \quad T_{u(\cdot)}\mathcal{X} \cong \mathcal{X}, \quad T_{y(T)}Y \cong Y.$$

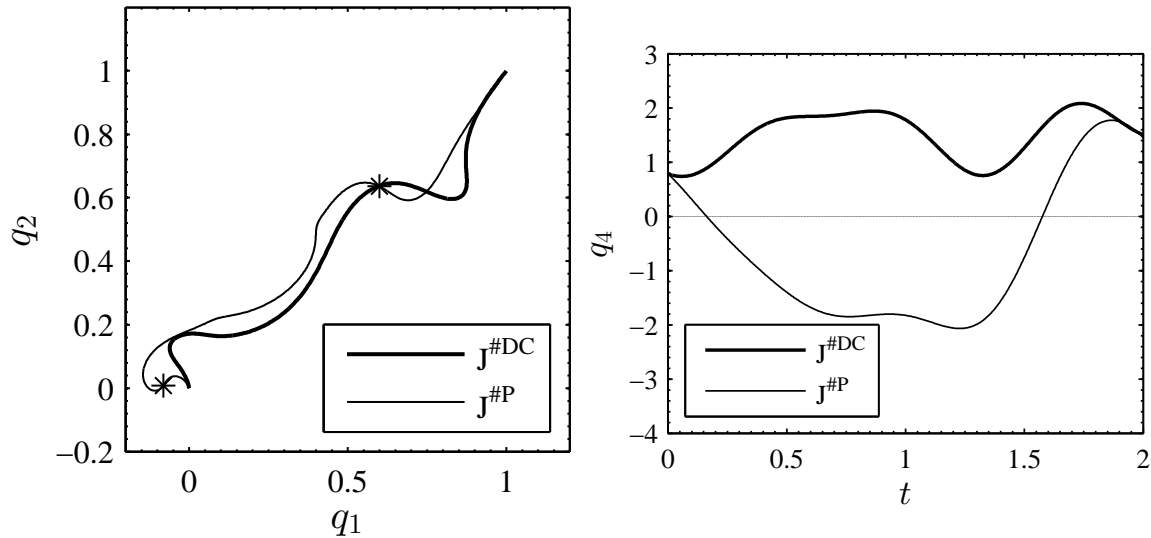
Stąd każda prawostronna odwrotność jakobianu transformuje elementy z przestrzeni stycznej do przestrzeni zadaniowej w elementy z przestrzeni stycznej do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej

$$J_{q_0, T}^\#(u(\cdot)): T_{y(T)}Y \longrightarrow T_{u(\cdot)}\mathcal{X}.$$

IV.2.3.2 Dynamicznie zgodna odwrotność jakobianu

Zarys wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu dla układów nieholonomicznych został po raz pierwszy zreferowany podczas konferencji *IMA Conference on Mathematics of Robotics* [C4]. Autorzy skupili się wówczas na wyprowadzeniu dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu dla układów, których kinematyka wyrażona jest poprzez bezdryfowy układ sterowania z funkcją wyjścia. Zaproponowano wówczas dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu dla układów nieholonomicznych wyprowadzoną poprzez analogię do rozumowania przeprowadzonego dla układów holonomicznych, a dokładniej metody analizy sił w układzie holonomicznym. Odwrotność ta została wyprowadzona zgodnie z metodą endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Analogia polegała na zastąpieniu skończonej wymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej manipulatora (przestrzeń euklidesowa) przestrzenią sterowań układu nieholonomicznego (przestrzeń Hilberta). W tym celu zdefiniowano metrykę Riemanna w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej oraz siły i pęd/moment pędu jako elementy odpowiednio przestrzeni stycznej i kostycznej do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu otrzymano poprzez dekompozycję przestrzeni kostycznej na obraz przekształcenia dualnego do jakobianu i przestrzeń zerową przekształcenia dualnego do jakobianu odwrotnego, jednocześnie dbając, by siły działające w jądrze dualnego jakobianu odwrotnego nie przekładały się na ruch w przestrzeni zadaniowej. Ostatecznie, dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu zastosowano do rozwiązania zadania planowania ruchu dla kuli kinematycznej. Zastosowanie dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu do rozwiązania odwrotnego zadania kinematyki albo zadania planowania ruchu pozwala na otrzymanie rozwiązania (ruchu), które spełnia podstawowe wymagania dotyczące transmisji sił z przestrzeni konfiguracyjnej do zadaniowej robota. W badaniach symulacyjnych pokazano, że zastosowanie dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu pozwala na planowanie ruchu kuli kinematycznej nie przechodzące przez konfiguracje osobliwe reprezentacji, zob. rysunek 12.

W pracy [A2] wyprowadzono dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu dla mobilnego manipulatora składającego się z nieholonomicznej platformy i holonomicznego manipulatora pokładowego. Do tego celu zmodyfikowano podstawowe założenia konfiguracji endogenicznej zakładając, że zarówno platforma jak i manipulator będą sterowane prędkościowo, co pozwoliło na zdefiniowanie konfiguracji endogenicznej jako pary funkcji sterujących – osobno dla

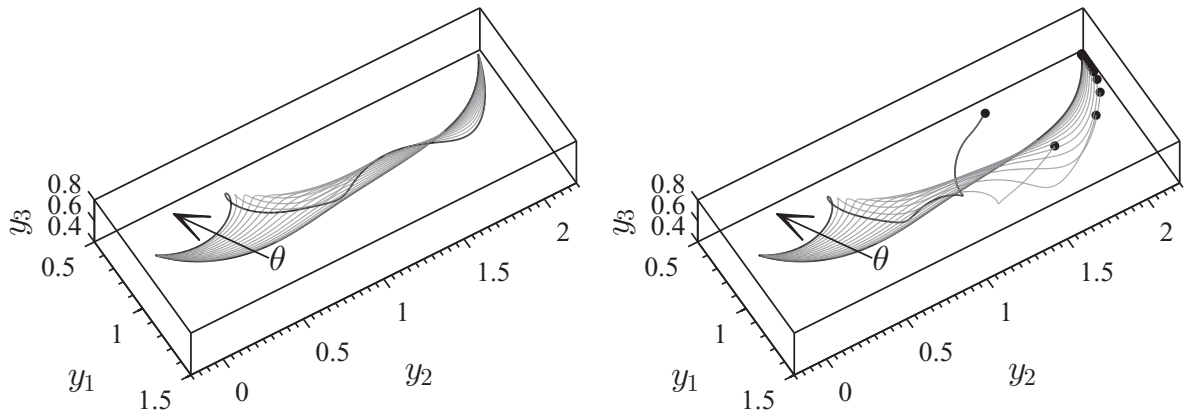


Rysunek 12: Kula kinematyczna: rozwiązanie zadania planowania ruchu (gwiazdki oznaczają przejścia przez konfiguracje osobliwe $q_4 = 0$), $J^{\#DC}$ - dynamicznie zgodna odwrotność jakobianu, $J^{\#P}$ - jakobian pseudoodwrotny

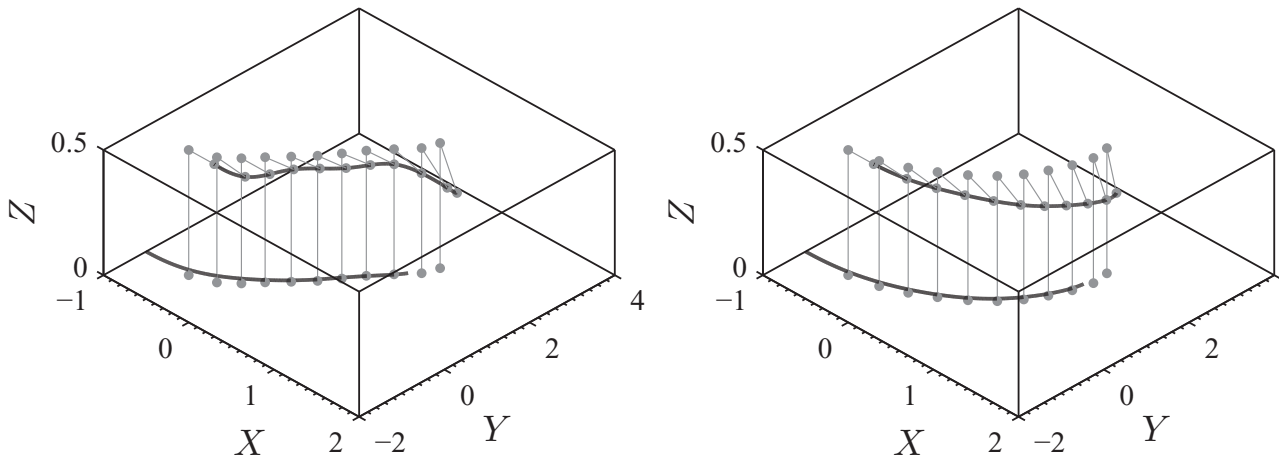
platformy i manipulatora. Odpowiednia macierz bezwładności manipulatora mobilnego liczona wzdłuż trajektorii układu pozwala zdefiniować metrykę Riemanna na endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Dalej, zdefiniowano endogeniczne prędkości i pęd/moment pędu jako elementy przestrzeni stycznej i kostycznej do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej powiązane ze sobą poprzez izomorfizmy muzyczne stowarzyszone z metryką Riemanna by ostatecznie posłużyć się metodą analizy sił w układzie. Wywód teoretyczny został rozszerzony o aspekty implementacyjne i badania symulacyjne efektywności zaproponowanej odwrotności jakobianu. Skupiono się na manipulatorze 2R umieszczonym na platformie mobilnej typu monocykl. Rozwiązano zadanie planowania ruchu oraz sprawdzono i pokazano dynamiczną zgodność nowej odwrotności jakobianu (rysunek 13). Badania zostały przeprowadzone dla dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu i, dla porównania, dla jakobianu pseudoodwrotnego. Przeprowadzone badania pokazały, że zastosowanie dynamicznie zgodnego jakobianu odwrotnego aktywuje lżejszy podukład do większego ruchu. Innymi słowy, w sytuacji gdy platforma mobilna jest cięższa od manipulatora to ruch manipulatora jest większy, ale ścieżka przebyta przez platformę jest krótsza w porównaniu do rozwiązania otrzymanego dla jakobianu pseudoodwrotnego, co można zauważyć na rysunku 14.

Praca [A3] składa się z dwóch głównych części. Pierwsza zawiera trzy metody wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu dla układów holonomicznych. W metodzie geometrycznej zakłada się komutowanie diagramu transformacji pomiędzy przestrzeniami stycznymi i kostycznymi dla rozważanej konfiguracji i odpowiadającej jej punktowi przestrzeni zadaniowej. Metoda analizy sił w układzie została pierwotnie zaproponowana przez O. Khatiba. Ostatnia, metoda optymalizacji, przedstawia dynamicznie zgodną odwrotność jakobianu jako rozwiązanie pewnego zadania optymalizacji (minimalizacji) z ograniczeniami. Następnie, w drugiej części, trzy wspomniane metody zostały zaadoptowane dla układów nieholonomicznych.

Mając dany układ nieholonomiczny postaci (12), jego jakobian (15) oraz nieholonomiczną macierz bezwładności $\mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t) = F(\varphi_{q_0,t}(u(\cdot))) = F(q(t)) = G^T(q(t))M(q(t))G(q(t))$, gdzie $M(q)$ jest macierzą bezwładności we współrzędnych uogólnionych (energia kinetyczna



Rysunek 13: Manipulator mobilny: sprawdzenie dynamicznej zgodności $J_{q_0,T}^{\#DC}$ (strona lewa) i $J_{q_0,T}^{\#P}$ (strona prawa)



Rysunek 14: Manipulator mobilny: ścieżki rozwiązań zadania planowania ruchu $J_{q_0,T}^{\#DC}$ (strona lewa) i $J_{q_0,T}^{\#P}$ (strona prawa)

układu $E_K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$, założono, że istnieje prawostronne przekształcenie odwrotne do kinematyki $L_{q_0,T}: Y \rightarrow \mathcal{X}$, takie że $K_{q_0,T} \circ L_{q_0,T} = \text{id}_Y$.

Dla $y = K_{q_0,T}(u(\cdot))$ i prawostronnej odwrotności jacobianu $J_{q_0,T}^{\#}: T_y Y \rightarrow T_{u(\cdot)} \mathcal{X}$, odwzorowanie $L_{q_0,T}(y)$ może być otrzymane z jacobianowego algorytmu kinematyki odwrotnej

$$\frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta} = -\gamma J^{\#}(u_\theta(\cdot))(K_{q_0,T}(u_\theta(\cdot)) - y), \quad u_{\theta=0}(\cdot) = u_0(\cdot),$$

ze współczynnikiem zbieżności algorytmu $\gamma > 0$. Jeśli $u_\theta(\cdot)(y_d)$ oznacza rozwiązanie stowarzyszone z zadanym y_d , to rozwiązanie odwrotnego zadania kinematyki otrzymuje się jako $\lim_{\theta \rightarrow +\infty} u_\theta(t)(y_d) = u_d(t)(y_d)$, z czego wynika, że $L_{q_0,T}(y_d) = \lim_{\theta \rightarrow +\infty} u_\theta(\cdot)(y_d)$.

Dynamicznie zgodną odwrotność jacobianu wyprowadzono poprzez analogię do układów holonomicznych. Najpierw wprowadzono metrykę Riemanna do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Dla prędkości endogenicznych $v_1(\cdot), v_2(\cdot) \in T_{u(\cdot)} \mathcal{X}$ i strumienia $q(t) = \varphi_{q_0,t}(u(\cdot))$

metryka Riemanna jest dana jako

$$g_{\mathcal{X}}(u(\cdot))(v_1(\cdot), v_2(\cdot)) = \int_0^T v_1^T(t) \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t) v_2(t) dt.$$

Wtedy odpowiednie izomorfizmy muzyczne są równe

$$g_{\mathcal{X}}^b(u(\cdot))(v(\cdot)) = v^T(\cdot) \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(\cdot) = p^T(\cdot), \quad p^T(t) = v^T(t) \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t)$$

i

$$g_{\mathcal{X}}^\sharp(u(\cdot))(p^T(\cdot)) = \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(\cdot) p(\cdot) = v(\cdot), \quad v(t) = \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(t) p(\cdot),$$

gdzie $v(\cdot) \in T_{u(\cdot)}\mathcal{X}$ jest prędkością endogeniczną, a $p^T(\cdot) \in T_{u(\cdot)}^*\mathcal{X}$ endogenicznym pędem w konfiguracji $u(\cdot)$. Izomorfizmy są wzajemnie odwrotne

$$g_{\mathcal{X}}^\sharp(u(\cdot)) \circ g_{\mathcal{X}}^b(u(\cdot)) = \text{id}_{T_{u(\cdot)}\mathcal{X}}.$$

Co więcej, wpływ $p^T(\cdot)$ na $v(\cdot)$ może być interpretowany jako energia

$$p^T(\cdot)v(\cdot) = \langle p(\cdot), v(\cdot) \rangle = \int_0^T p^T(t)v(t) dt,$$

gdzie $\langle \cdot, \cdot \rangle$ oznacza iloczyn skalarny w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej.

Metoda geometryczna

Dla jakobianu i jego odwrotności rozpatrzono przekształcenia dualne $J_{q_0, T}^*(u(\cdot)): T_y^*Y \longrightarrow T_{u(\cdot)}^*\mathcal{X}$ oraz $J_{q_0, T}^{\#*}(u(\cdot)): T_{u(\cdot)}^*\mathcal{X} \longrightarrow T_y^*Y$, takie że

$$(J_{q_0, T}^*(u(\cdot))r)v(\cdot) = rJ_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot)r$$

i

$$(J_{q_0, T}^{\#*}(u(\cdot))p(\cdot))w = p(\cdot)J_{q_0, T}^\#(u(\cdot))w.$$

Pokazano w [A3], że prawostronna odwrotność będzie posiadała cechę dynamicznej zgodności, kiedy poniższy diagram komutuje.

$$\begin{array}{ccccc} y & \xrightarrow{L_{q_0, T}} & L_{q_0, T}(y) = u(\cdot) & \xrightarrow{K_{q_0, T}} & y \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ T_y Y & \xrightarrow{J_{q_0, T}^\#(u(\cdot))} & T_{u(\cdot)} \mathcal{X} & \xrightarrow{J_{q_0, T}(u(\cdot))} & T_y Y \\ \downarrow g_Y^b(y) & & \updownarrow g_{\mathcal{X}}^\sharp(u(\cdot)) & & \downarrow g_Y^\sharp(y) \\ T_y^* Y & \xrightarrow{J_{q_0, T}^*(u(\cdot))} & T_{u(\cdot)}^* \mathcal{X} & \xrightarrow{J_{q_0, T}^{\#*}(u(\cdot))} & T_y^* Y \end{array}$$

Z lewej dolnej części diagramu rozpoczynając od środkowego wiersza wynika, że

$$J_{q_0, T}^{\#DC}(u(\cdot)) = g_{\mathcal{X}}^\sharp(u(\cdot))J_{q_0, T}^*(u(\cdot))g_Y^b(y), \quad y = K_{q_0, T}(u(\cdot)).$$

Przemnażając lewostronnie przez $J_{q_0,T}(u(\cdot))$, otrzymuje się

$$g_Y^b(y) = \left(J_{q_0,T}(u(\cdot)) g_{\mathcal{X}}^{\#}(u(\cdot)) J_{q_0,T}^*(u(\cdot)) \right)^{-1}, \quad u(\cdot) = L_{q_0,T}(y).$$

Ostatecznie

$$J_{q_0,T}^{\#DC}(u(\cdot)) = g_{\mathcal{X}}^{\#}(u(\cdot)) J_{q_0,T}^*(u(\cdot)) \left(J_{q_0,T}(u(\cdot)) g_{\mathcal{X}}^{\#}(u(\cdot)) J_{q_0,T}^*(u(\cdot)) \right)^{-1},$$

lub

$$(J_{q_0,T}^{\#DC}(u(\cdot))w)(t) = \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(t) B^T(t) \Phi^T(T, t) C^T(T) \left(\mathcal{D}_{q_0,T}^{DC} \right)^{-1}(u(\cdot))w,$$

gdzie $w \in T_y Y$.

Macierz

$$\mathcal{D}_{q_0,T}^{DC}(u(\cdot)) = C(T) \int_0^T \Phi(T, t) B(t) \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(t) B^T(t) \Phi^T(T, t) dt C^T(T)$$

jest dynamicznie zgodną macierzą mobilności. Konfiguracje, dla których macierz $\mathcal{D}_{q_0,T}^{DC}(u(\cdot))$ jest pełnego rzędu ($\text{rank} \mathcal{D}_{q_0,T}^{DC}(u(\cdot)) = r$) są konfiguracjami regularnymi.

Do takiej samej postaci dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu można dojść poprzez analizę prawej dolnej części diagramu.

Metoda analizy sił w układzie

Niech konfiguracja endogeniczna porusza się w \mathcal{X} wzdłuż gładkiej krzywej $u_\theta(\cdot)$ z prędkością endogeniczną $\frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta}$, wówczas moment endogeniczny jest dany wzorem

$$p_\theta(\cdot) = \left(\frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta} \right)^T \mathcal{M}_{q_0}(u_\theta(\cdot))(\cdot),$$

natomiast siła endogeniczna

$$f_\theta(\cdot) = \frac{dp_\theta(\cdot)}{d\theta} = \left(\frac{d^2 u_\theta(\cdot)}{d\theta^2} \right)^T \mathcal{M}_{q_0}(u_\theta(\cdot))(\cdot) + \left(\frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta} \right)^T \frac{d\mathcal{M}_{q_0}(u_\theta(\cdot))(\cdot)}{d\theta}. \quad (16)$$

Pokazano w [A3], że podobnie jak w przypadku manipulatorów redundantnych dla dowolnej prawostronnej odwrotności jacobianu można dokonać dekompozycji przestrzeni kostycznych w konfiguracji $u(\cdot)$

$$T_{u(\cdot)}^* \mathcal{X} = \text{Im} J_{q_0,T}^*(u_\theta(\cdot)) \oplus \text{Ker} J_{q_0,T}^{\#*}(u(\cdot)),$$

co pozwala na przedstawienie siły endogenicznej $f_\theta(\cdot)$ jako sumy dwóch składowych

$$f_\theta^T(\cdot) = J_{q_0,T}^*(u_\theta(\cdot)) \Gamma + \left(\text{id}_{T_{u_\theta(\cdot)}^* \mathcal{X}} - J_{q_0,T}^*(u_\theta(\cdot)) J_{q_0,T}^{\#*}(u_\theta(\cdot)) \right) f_0, \quad (17)$$

gdzie Γ^T działa w przestrzeni zadaniowej a $f_0^T(\cdot)$ pochodzi z endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Ponieważ krzywa $u_\theta(\cdot)$ w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej jest przyczyną powstania krzywej $y_\theta = K_{q_0,T}(u_\theta(\cdot))$ w przestrzeni zadaniowej, więc odpowiednie prędkości transformują się przez jacobian (13)

$$\frac{dy_\theta}{d\theta} = J_{q_0,T}(u_\theta(\cdot)) \frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta}. \quad (18)$$

Różniczkując ponownie równanie (18) otrzymuje się relację wiążącą ze sobą przyspieszenia

$$\frac{d^2 y_\theta}{d\theta^2} = J_{q_0, T}(u_\theta(\cdot)) \frac{d^2 u_\theta(\cdot)}{d\theta^2} + \frac{dJ_{q_0, T}(u_\theta(\cdot))}{d\theta} \frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta}.$$

Podstawiając (16) i (17) do ostatniego równania otrzymano

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_\theta}{d\theta^2} = J_{x_0, T}(u_\theta(\cdot)) \mathcal{M}_{x_0}^{-1}(u_\theta(\cdot))(\cdot) & \left(J_{x_0, T}^*(u_\theta(\cdot)) \Gamma + \left(\text{id}_{T_{u_\theta(\cdot)} \mathcal{X}} - J_{x_0, T}^*(u_\theta(\cdot)) J_{x_0, T}^{\#*}(u_\theta(\cdot)) \right) f_0(\cdot) \right. \\ & \left. - \frac{d\mathcal{M}_{q_0}(u_\theta(\cdot))(\cdot)}{d\theta} \frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta} \right) + \frac{dJ_{q_0, T}(u_\theta(\cdot))}{d\theta} \frac{du_\theta(\cdot)}{d\theta}. \end{aligned} \quad (19)$$

Dynamiczna zgodność odwrotności jacobianu oznacza, że siły należące do jądra $J_{q_0, T}^{\#*}(u_\theta(\cdot))$ nie powodują pojawienia się przyspieszeń w przestrzeni zadaniowej. Analizując równanie (19) widać, że tak będzie jedynie wtedy, gdy odwrotność jacobianu będzie wyrażona wzorem

$$J_{q_0, T}^{\#DC}(u(\cdot)) = \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(\cdot) J_{q_0, T}^*(u(\cdot)) \left(J_{q_0, T}(u(\cdot)) \mathcal{M}_{q_0}^{-1}(u(\cdot))(\cdot) J_{q_0, T}^*(u(\cdot)) \right)^{-1}.$$

Metoda optymalizacji

Analogicznie do przypadku układów holonomicznych, dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu dla układów nieholonomicznych może być otrzymana jako rozwiązanie zadania optymalizacji

$$\min_{v(\cdot) \in T_{u(\cdot)} \mathcal{X}} \int_0^T v^T(t) \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t) v(t) dt$$

z ograniczeniem równościowym

$$J_{q_0, T}(u(\cdot)) = C(T) \int_0^T \Phi(T, t) B(t) v(t) dt = w.$$

Korzystając z metody mnożników Lagrange'a i definiując funkcję Lagrange'a

$$\mathcal{L}(v(\cdot), \lambda) = \int_0^T \left(v^T(t) \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t) v(t) + \lambda^T C(T) \Phi(T, t) B(t) v(t) \right) dt,$$

gdzie $\lambda \in \mathbb{R}^r$ jest wektorem mnożników Lagrange'a, otrzymuje się rozwiązanie zadania optymalizacji w postaci

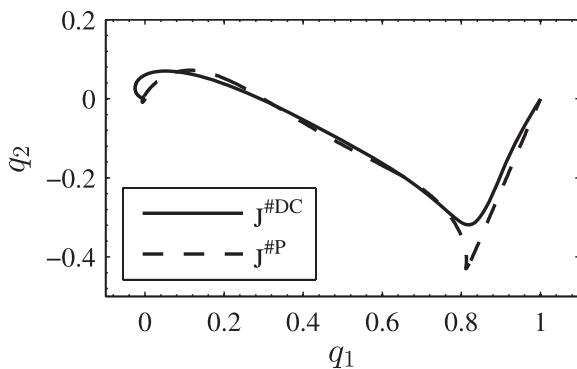
$$v(t) = J_{q_0, T}^{\#DC}(u(\cdot)) w = \mathcal{M}_{q_0}(u(\cdot))(t) B^T(t) \Phi^T(T, t) C^T(T) (\mathcal{D}_{q_0, T}^{\#DC})^{-1}(u(\cdot)) w.$$

Zalety stosowania nowej odwrotności jacobianu do rozwiązywania zadania planowania ruchu, jakimi są unikanie osobliwości reprezentacji i gładsze trajektorie ruchu, zostały poparte badaniami symulacyjnymi.

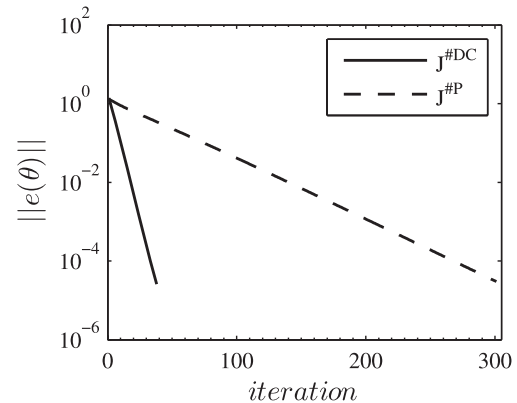
Artykuł [A5] skupia się na układach nieholonomicznych opisanych za pomocą równań kinematyki i dynamiki. Założono, że rozpatrywane układy są w pełni sterowane a ich równania ruchu dają się zapisać w postaci afinicznego układu sterowania z funkcją wyjścia

$$\begin{cases} \dot{q} = f(q) + G(q)u = f(q) + \sum_{i=1}^m g_i(q)u_i, \\ y = k(q) = (k_1(q), k_2(q), \dots, k_r(q)). \end{cases} \quad (20)$$

Dla takich właśnie układów została rozszerzona idea dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu i wprowadzono odpowiedni algorytm planowania ruchu. Postać dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu wyprowadzona została w oparciu o metodę analizy sił w układzie. Aby zilustrować efektywność algorytmu planowania ruchu przeprowadzono badania symulacyjne dla dynamiki toczącej się kuli oraz dla robota typu trójkątny smok. Zauważamy, że w porównaniu do wyników otrzymanych z algorytmu z pseudoodwrotnością jacobianu ($J^{\#P}$), zastosowanie dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu daje korzyść w postaci gładkich trajektorii, rysunek 15, oraz może znacznie skrócić czas oczekiwania na rozwiązanie zadania planowania ruchu, rysunek 16.



Rysunek 15: Kula kinematyczna: planowanie ruchu – ścieżka na płaszczyźnie XY

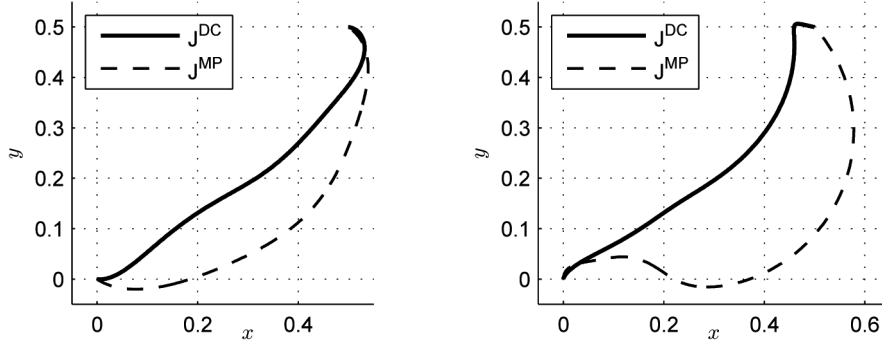


Rysunek 16: Trójkątny smok: zbieżność algorytmów planowania ruchu

Dalsze rozwinięcie metody geometrycznej zostało zawarte w pracy [A4]. Pokazano, że dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu wywodzi się z pewnego rodzaju zależności pomiędzy wieloma przekształceniami charakteryzującymi zachowanie układu, w tym jacobianu, jacobianu odwrotnego i ich przekształceń dualnych. Ponadto założono, że funkcje sterujące wyrażone są poprzez skończony szereg funkcji ortogonalnych $u_\lambda(t) = P(t)\lambda$ sprowadzając zadanie planowania ruchu do problemu skończenie wymiarowego. W wyniku tego możliwe było także przedstawienie parametrycznej wersji wszystkich koncepcji leżących u podstaw wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu oraz stowarzyszonego z nią jacobianowego algorytmu planowania ruchu. W pracy pokazano także, że konfiguracje, w których dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu jest osobliwa pokrywają się z osobliwościami kinematyki. Praca zawiera również wyniki badań dla robota typu trójkątny smok, które pokazują, że trajektorie będące rozwiązaniami zadania planowania ruchu uzyskane algorytmem dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu odznaczają się krótszymi ścieżkami w przestrzeni zadaniowej, rysunek 17.

IV.2.3.3 Lagranżowska odwrotność jacobianu

W pracy [A6] zawarto wyprowadzenie uogólnionej lagranżowskiej odwrotności jacobianu (GLJI) i w konsekwencji zdefiniowano, w oparciu o tę odwrotność, nowy algorytm planowania ruchu. Zarówno wyprowadzenie odwrotności jak i analiza osobliwości opiera się na zastosowaniu Zasady Maksimum Pontriagina. Początkowo w [A6] GLJI została wyprowadzona dla bezdryfowych układów sterowania w postaci (12) a następnie w [C6] rozszerzona na układy afiniczne (20). Ze względu na efektywność obliczeń, w pracy [C6] zawarto parametryczną wersję algorytmu



Rysunek 17: Trójkątny smok: planowanie ruchu, ścieżka na płaszczyźnie XY

planowania ruchu w oparciu o ogólną lagranżowską odwrotność jacobianu.

Ogólna lagranżowska odwrotność jacobianu została zdefiniowana przez odniesienie do zadania sterowania optymalnego w układzie (14) z funkcją celu w postaci Lagrange'a

$$\min_{v(\cdot)} \frac{1}{2} \int_0^T (\xi^T(t), v^T(t)) \begin{bmatrix} Q(t) & S(t) \\ S^T(t) & R(t) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi(t) \\ v(t) \end{pmatrix} dt \quad (21)$$

z ograniczeniem równościowym (równaniem jacobianowym)

$$J_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = C(T)\xi(T) = w$$

Założono, że macierze występujące w (21) zapewniają dodatnią określoność macierzy blokowej pod całką i spełniają warunki $Q(t) = Q^T(t) \geq 0$, $R(t) = R^T(t) > 0$ oraz $Q(t) - S(t)R^{-1}(t)S^T(t) \geq 0$. Tak zdefiniowaną odwrotność nazwano ogólną lagranżowską odwrotnością jacobianu.

Korzystając z Zasady Maksimum Pontriagina pokazano i udowodniono, że ogólna lagranżowska odwrotność jacobianu ma postać (Twierdzenie 1 w [A6])

$$\left(J_{q_0, T}^{GLJI\#}(u(\cdot))w \right) (t) = R^{-1}(t) \left(B^T(t)\phi_{22}(t) - S^T(t)\phi_{12}(t) \right) \phi_{22}^{-1}(T)C^T(T)\mathcal{F}_{q_0, T}^{-1}(u(\cdot))w,$$

przy czym

$$\mathcal{F}_{q_0, T}(u(\cdot)) = C(T)\phi_{12}(T)\phi_{22}^{-1}(T)C^T(T).$$

Macierz blokowa $\phi(t) = [\phi_{i,j}(t)]$, $i, j = 1, 2$ spełnia układ liniowych równań różniczkowych

$$\dot{\phi}(t) = \begin{bmatrix} A(t) - B(t)R^{-1}(t)S^T(t) & B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ Q(t) - S(t)R^{-1}(t)S^T(t) & -A^T(t) + S(t)R^{-1}(t)B^T(t) \end{bmatrix} \phi(t),$$

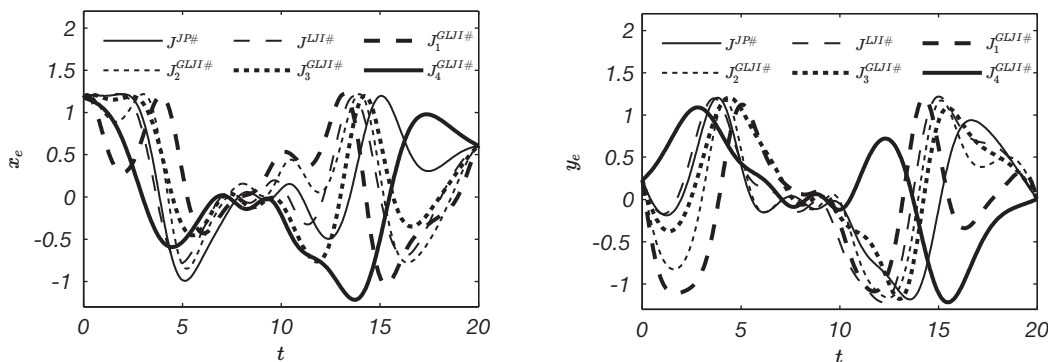
z warunkiem początkowym $\phi_{i,j}(0) = \delta_{ij}I_n$, gdzie δ_{ij} , $i, j = 1, 2$ oznacza deltę Kroneckera. Ogólna lagranżowska odwrotność jacobianu istnieje pod warunkiem, że $\mathcal{F}_{q_0, T}(u(\cdot))$ jest nieosobliwa. Udowodniono, że każda osobliwość konfiguracyjna jest również osobliwością $J_{q_0, T}^{GLJI\#}$, a jeśli $Q(t) - S(t)R^{-1}(t)S^T(t) > 0$ to osobliwości konfiguracyjne lub sterowania osobliwe pokrywają się z osobliwościami $J_{q_0, T}^{GLJI\#}$ (Twierdzenie 2 w [A6]). Zatem algorytm planowania ruchu oparty na $J_{q_0, T}^{GLJI\#}$ nie wprowadza żadnych dodatkowych osobliwości.

Zaproponowano i przebadano sześć różnych lagranżowskich algorytmów planowania ruchu, które zestawiono w tabeli 2.

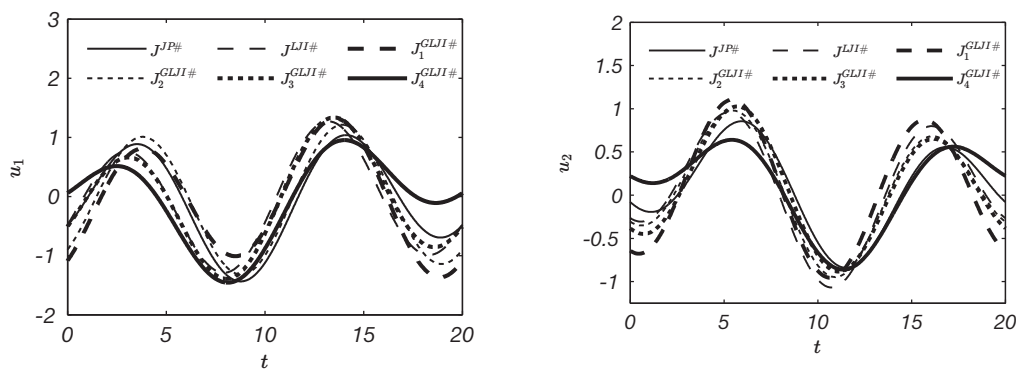
Tabela 2: Badane odwrotności lagranżowskie

Oznaczenie	$Q(t)$	$S(t)$	$R(t)$
$J^{JP\#}$	$0_{3 \times 3}$	$0_{3 \times 2}$	I_2
$J^{LJI\#}$	I_3	$0_{3 \times 2}$	I_2
$J_1^{GLJI\#}$	I_3	$\begin{bmatrix} I_2 \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix}$	I_2
$J_2^{GLJI\#}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	I_2
$J_3^{GLJI\#}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	I_2
$J_4^{GLJI\#}$	$A^T(t)A(t)$	$A^T(t)B(t)$	$B^T(t)B(t)$

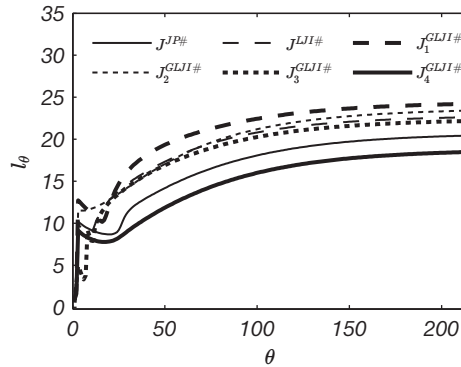
Przykładowe rozwiązanie zadania planowania ruchu lagranżowskimi algorytmami planowania ruchu dla manipulatora kosmicznego przedstawiono na rysunkach 18 i 19. Dodatkowo na rysunku 20 wykreślona została długość ścieżek efektora dla poszczególnych rozwiązań w przestrzeni zadaniowej.



Rysunek 18: Manipulator kosmiczny: trajektorie końca efektora



Rysunek 19: Manipulator kosmiczny: trajektorie sterowań



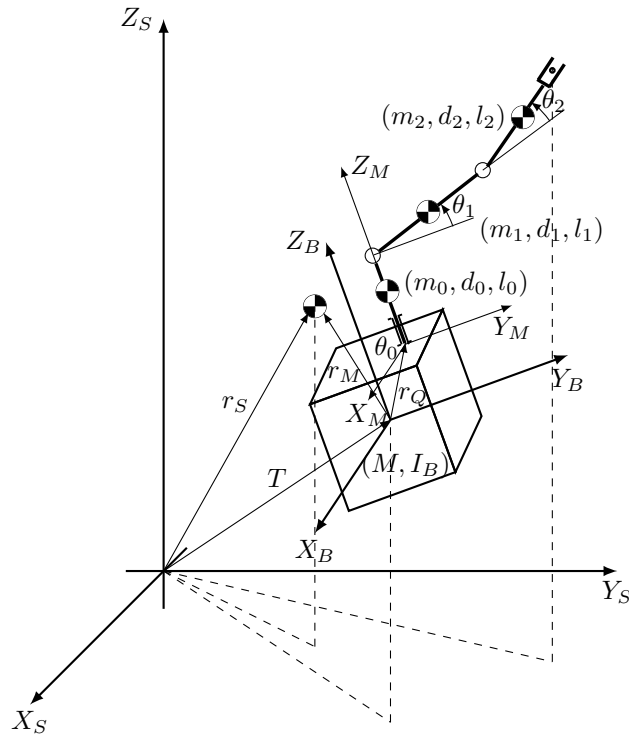
Rysunek 20: Manipulator kosmiczny: długość euklidesowa rozwiązania

Analiza otrzymanych wyników pozwala stwierdzić, że wprowadzenie macierzy $S(t)$ ma istotny wpływ na rozwiązania zadania planowania ruchu, a także pozwala zmniejszyć energię sterowania w porównaniu do algorytmu jacobianu pseudoodwrotnego. W pracy [A6] pokazano i udowodniono, że szczególny wybór macierzy w postaci $Q(t) = A^T(t)A(t)$, $S(t) = A^T(t)B(t)$ i $R(t) = B^T(t)B(t)$, gdzie $A(t)$ i $B(t)$ są macierzami przybliżenia liniowego (14), minimalizuje energię wariacji trajektorii i ogranicza od góry jej długość oraz tempo zmiany trajektorii systemu. Przykłady obliczeniowe pokazały, że algorytm planowania ruchu oparty o GLJI wyróżnia się mniejszym zużyciem energii sterowania w porównaniu z powszechnie stosowanym algorytmem jacobianu pseudoodwrotnego.

IV.2.3.4 Nieparametryczne planowanie ruchu trójwymiarowego manipulatora kosmicznego

Kolejna praca [A9] traktuje o jacobianowym algorytmie planowania ruchu dla układu robótowego, którego różnorodność konfiguracyjna zawiera grupę rotacji. Zwykle, orientacja układu współrzędnych w przestrzeni trójwymiarowej reprezentowana jest przez wektor minimalnowymiarowy (kąty Eulera, kąty RPY). Niestety, taka reprezentacja nie jest wolna od osobliwości. Bardziej ogólnym zapisem orientacji w przestrzeni trójwymiarowej jest wykorzystanie grupy obrotów i przedstawienie jej przy pomocy macierzy rotacji, co wymaga bardziej wyrafinowanej procedury konstrukcji algorytmów planowania ruchu. Podejście to zostało zastosowane w [A9] do robota kosmicznego swobodnie szybującego w trójwymiarowej przestrzeni zadaniowej, składającego się ze swobodnej bazy i manipulatora pokładowego, rys. 21.

Celem zadania planowania jest znalezienie sterowania gwarantującego osiągnięcie określonej orientacji bazy i pożądaných wartości zmiennych przegubowych poprzez sterowanie wyłącznie silnikami przegubów. Niech manipulator będzie opisany przez współrzędne uogólnione $(r_S, R, q) \in \mathbb{R}^3 \times \text{SO}(3) \times \mathbb{T}^3$ należące do różnorodności konfiguracyjnej, gdzie $q = (\theta_0, \theta_1, \theta_2)$ jest wektorem zmiennych przegubowych. Do wyprowadzenia modelu dynamiki, który przyjmuje postać układu sterowania określonego na grupie obrotów i przestrzeni przegubowej manipulatora pokładowego wykorzystano formalizm Lagrange'a. W takim układzie funkcja Lagrange'a



Rysunek 21: Trójwymiarowy manipulator kosmiczny

zawiera tylko energię kinetyczną układu (brak grawitacji)

$$L(r_S, R, q, \dot{r}_S, \dot{R}, \dot{q}) = L(q, \omega, \dot{r}_S, \dot{q}) = \frac{1}{2} \omega^T Q_{11}(q) \omega + \omega^T Q_{12}(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T Q_{22}(q) \dot{q} + \frac{1}{2} m_c \|\dot{r}_S\|^2,$$

gdzie ω jest prędkością kątową układu bazy, $\dot{R} = R[\omega]$, m_c oznacza masę całkowitą robota a macierze $Q_{ij}(q)$ są pewnymi macierzami zależnymi od położenia mas w układzie. $[\omega]$ jest macierzą skośnie symetryczną, zbudowaną na wektorze ω . Dzięki zachowaniu pędu $m_c \dot{r}_S = const$ i momentu pędu $R(Q_{11}(q)\omega + Q_{12}(q)\dot{q}) = p = const$ problem planowania sprowadza się do sterowania układem nieholonomicznym napędzanym przez prędkości przegubowe v w postaci

$$\begin{cases} \dot{q} = v \\ \dot{R} = R[\omega], & \omega = F(q)R^T p + G(q)v \end{cases},$$

gdzie $F(q)$ i $G(q)$ wynikają z formuły zachowania momentu pędu. W celu rozwiązania postawionego zadania, opracowano jakobianowy algorytm planowania ruchu w oparciu o podejście endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Po wyznaczeniu rozwiązania w postaci prędkości przegubów v , możliwe było wyznaczenie momentów sterujących u przegubów manipulatora poprzez rozwiązanie odwrotnego zadania dynamiki. W celu skonstruowania algorytmu planowania ruchu wybiera się gładką krzywą $v_\theta(\cdot)$ w przestrzeni sterowań parametryzowaną $\theta \in \mathbb{R}$, wzdłuż której zdefiniowano dwa błędy planowania

$$e_{1t}(\theta) = q_t(\theta) - q_d, \quad [e_{2t}(\theta)] = \log(R_d^T R_t(\theta)).$$

gdzie $[\nu]$ oznacza macierz skośnie symetryczną generowaną wektorem ν . Niech

$$w_T(\theta) = \frac{de_{1T}(\theta)}{d\theta} \quad \text{i} \quad s_T(\theta) = P_b(\theta) \frac{de_{2T}(\theta)}{d\theta}, \quad (22)$$

gdzie $P_b(\theta)$ jest pewną funkcją wynikającą z zastosowania formuły Hausdorffa. Aby algorytm planowania ruchu był zbieżny, wymaga się, aby wzdłuż krzywej v_θ błędy planowania, określone w chwili T , mały eksponencjalnie

$$\frac{de_{1T}(\theta)}{d\theta} = -\gamma e_{1T}(\theta), \quad \frac{de_{2T}(\theta)}{d\theta} = -\gamma e_{2T}(\theta). \quad (23)$$

W takim razie należy zauważyć, że $w_T(\theta) = -\gamma e_{1T}(\theta)$, a drugie równanie $s_T(\theta) = P_b(\theta) \frac{de_{2T}(\theta)}{d\theta} = -\gamma P_b(\theta) e_{2T}(\theta) = -\gamma e_{2T}(\theta)$ wynika z definicji $P_b(\theta)$. W pracy [A9] wyprowadzono fundamentalne równanie różniczkowe

$$\begin{pmatrix} \dot{w}_t(\theta) \\ \dot{s}_t(\theta) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{21t}(\theta) & A_{22t}(\theta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w_t(\theta) \\ s_t(\theta) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} I_3 \\ B_{2t}(\theta) \end{bmatrix} \frac{\partial v_\theta(t)}{\partial \theta}, \quad t \in [0, T],$$

gdzie poszczególne elementy macierzy $A(\theta)$ i $B(\theta)$ są zależne od definicji elementów z (22), którego rozwiązanie w czasie T przy warunkach początkowych $w_0(\theta) = 0$, $s_0(\theta) = 0$ definiuje równanie jacobianowe

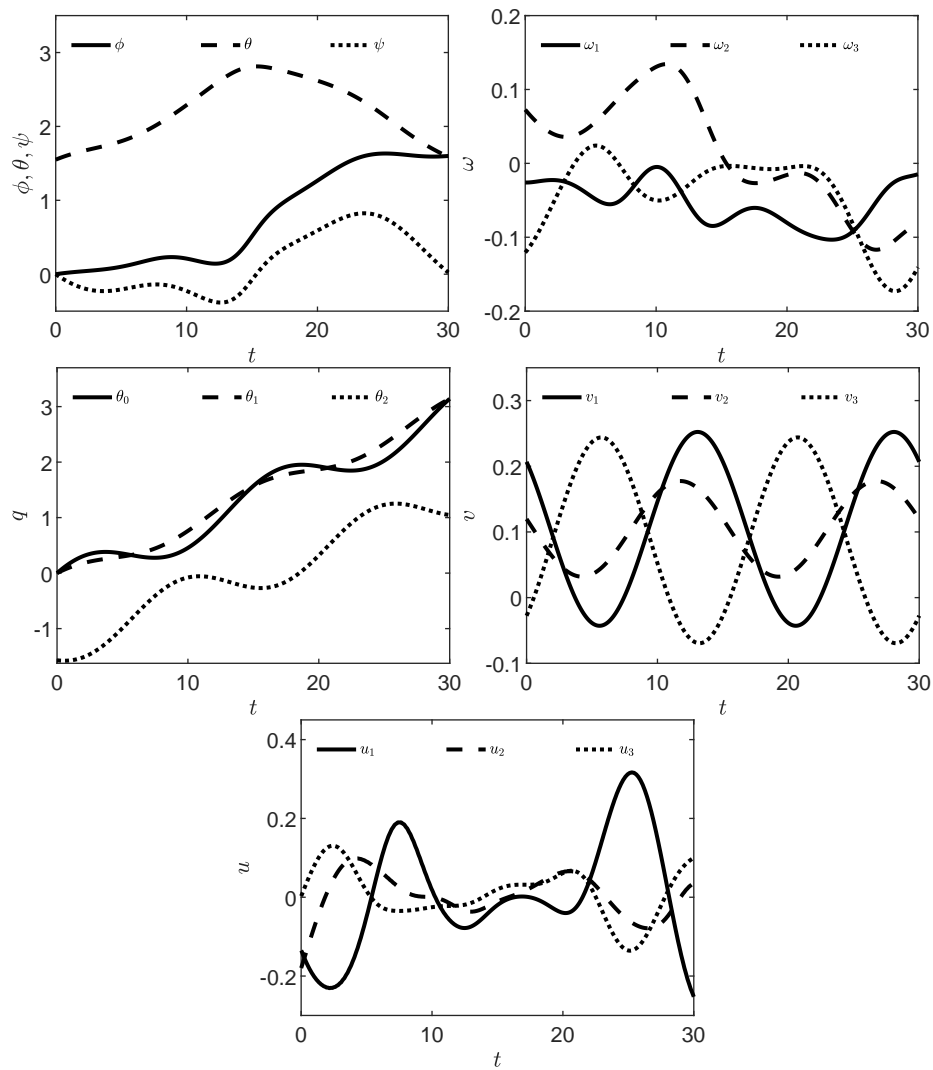
$$\begin{pmatrix} w_T(\theta) \\ s_T(\theta) \end{pmatrix} = J_{q_0, R_0, T}(v_\theta(\cdot)) \frac{dv_\theta(\cdot)}{d\theta}. \quad (24)$$

Wstawiając (22) i (23) do (24) oraz wyznaczając prawostronną odwrotność nowo zdefiniowanego jacobianu z (24) otrzymuje się równanie dynamiczne algorytmu planowania ruchu

$$\frac{dv_\theta(\cdot)}{d\theta} = -\gamma J_{q_0, R_0, T}^\#(v_\theta(\cdot)) \begin{pmatrix} e_{1T}(\theta) \\ e_{2T}(\theta) \end{pmatrix},$$

którego rozwiązanie w granicy $v_d(t) = \lim_{\theta \rightarrow +\infty} v_\theta(t)$ jest poszukiwanym sterowaniem.

Algorytm został zbadany symulacyjnie a rozwiązanie przykładowego zadania planowania zawiera rys. 22, na którym orientację bazy reprezentowaną przez macierz rotacji przedstawiono za pomocą kątów Eulera ZYZ. Można zauważyć, że trajektoria orientacji bazy przechodzi przez konfigurację osobliwą reprezentacji kątów Eulera ZYZ.



Rysunek 22: Planowanie ruchu trójwymiarowego manipulatora kosmicznego: orientacja bazy (kąty Eulera), prędkość kątowna bazy (ω), kąty przegubowe (q), sterowanie prędkościowe (v), momenty sterujące (u)

IV.2.4 Postaci normalne planarnego manipulatora kosmicznego swobodnie szybującego

Postacią normalną układu robotycznego nazywamy układ sterowania o możliwie najprostszej postaci, który jest równoważny, poprzez sprzężenie zwrotne, do układu pierwotnego. Ponieważ postaci normalne zachowują osobliwości układu oryginalnego wnioskowanie za ich pomocą na temat zachowania układu robotycznego w pobliżu osobliwości jest zwykle łatwiejsze. Postaci normalne mogą być także z powodzeniem stosowane w zadaniach planowania ruchu czy sterowania.

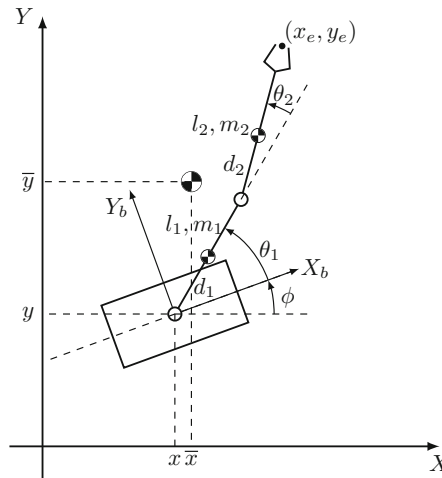
Aby zdefiniować równoważność poprzez sprzężenie zwrotne należy rozpatrzeć dwa afiniczne układy sterowania

$$\sigma: \dot{q} = f(q) + G(q)u \quad \text{oraz} \quad \hat{\sigma}: \dot{\hat{q}} = \hat{f}(\hat{q}) + \hat{G}(\hat{q})v,$$

gdzie $q, \hat{q} \in \mathbb{R}^n$ oznaczają zmienne stanu a $u, v \in \mathbb{R}^m$ są zmiennymi sterującymi. Systemy σ i $\hat{\sigma}$ są równoważne przez sprzężenie zwrotne jeśli istnieje dyfeomorfizm $\hat{q} = \varphi(q)$ oraz sprzężenie zwrotne $u = \alpha(q) + \beta(q)v$ z nieosobliwą macierzą $\beta(q)$, takie że

$$D\varphi(q)(f(q) + G(q)\alpha(q)) = \hat{f}(\varphi(q)) \quad \text{oraz} \quad D\varphi(q)G(q)\beta(q) = \hat{G}(\varphi(q)).$$

W artykule [A7] po raz pierwszy określono postaci normalne dla kosmicznego manipulatora o dwóch stopniach swobody zamontowanego na swobodnej bazie (manipulator kosmiczny swobodnie szybujący), rys. 23. Wektor stanu $(\phi, \theta_1, \theta_2)$ opisuje odpowiednio orientację bazy oraz



Rysunek 23: Manipulator kosmiczny

kolejne kąty przegubowe. Zasada zachowania momentu pędu wyraża się zależnością

$$F(\theta_2)\dot{\phi} + G(\theta_2)\dot{\theta}_1 + H(\theta_2)\dot{\theta}_2 = p,$$

gdzie $F(\theta_2) = I + G(\theta_2)$, $G(\theta_2) = B + C + 2D \cos \theta_2$, $H(\theta_2) = C + D \cos \theta_2$. Ponadto p określa moment pędu, a I, B, C, D zależą od geometrycznych i mechanicznych parametrów manipulatora. Dynamika układu może być więc wyrażona w postaci afinicznego układu sterowania z dryfem

$$\dot{\phi} = a(\theta_2) + b(\theta_2)u_1 + c(\theta_2)u_2, \quad \dot{\theta}_1 = u_1, \quad \dot{\theta}_2 = u_2, \quad (25)$$

gdzie $a(\theta_2) = \frac{p}{F(\theta_2)}$, $b(\theta_2) = -\frac{G(\theta_2)}{F(\theta_2)}$, $c(\theta_2) = -\frac{H(\theta_2)}{F(\theta_2)}$.

Postaci normalne mogą zostać określone dla przypadków, gdy układ oryginalny znajduje się w osobliwości, bądź nie; oraz dla przypadków z zerowym, lub niezerowym momentem pędu układu. Wszystkie przypadki zostały opisane w Twierdzeniu 1 w [A7], w którym wykazano, że układ afiniczny (25) jest lokalnie równoważny przez sprzężenie zwrotne następującym postaciom normalnym

1. $\theta_2 \neq \{0, \pi\}$ (poza osobliwościami) i $p \neq 0$ (niezerowy moment pędu)

$$\dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad \dot{z}_3 = 1 + z_1 v_2, \quad (26)$$

2. $\theta_2 = \{0, \pi\}$ (w pobliżu osobliwości) i $p \neq 0$ (niezerowy moment pędu)

$$\dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad \dot{z}_3 = 1 + z_1^2 v_2, \quad (27)$$

3. $\theta_2 \neq \{0, \pi\}$ (poza osobliwościami) i $p = 0$ (zerowy moment pędu)

$$\dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad \dot{z}_3 = z_1 v_2,$$

4. $\theta_2 = \{0, \pi\}$ (w pobliżu osobliwości) i $p = 0$ (zerowy moment pędu)

$$\dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad \dot{z}_3 = z_1^2 v_2.$$

Ponadto dla wszystkich powyższych przypadków wyznaczono w [A7] wszystkie dyfeomorfizmy przekształcające układ oryginalny (25) w wybraną postać normalną. W pracy [C16] wykorzystano postaci normalne, dla przypadku z niezerowym momentem pędu do zadania planowania ruchu. W Twierdzeniu 1 w [C16] wyznaczono przekształcenia ustanawiające równoważność pomiędzy układem oryginalnym a postaciami normalnymi

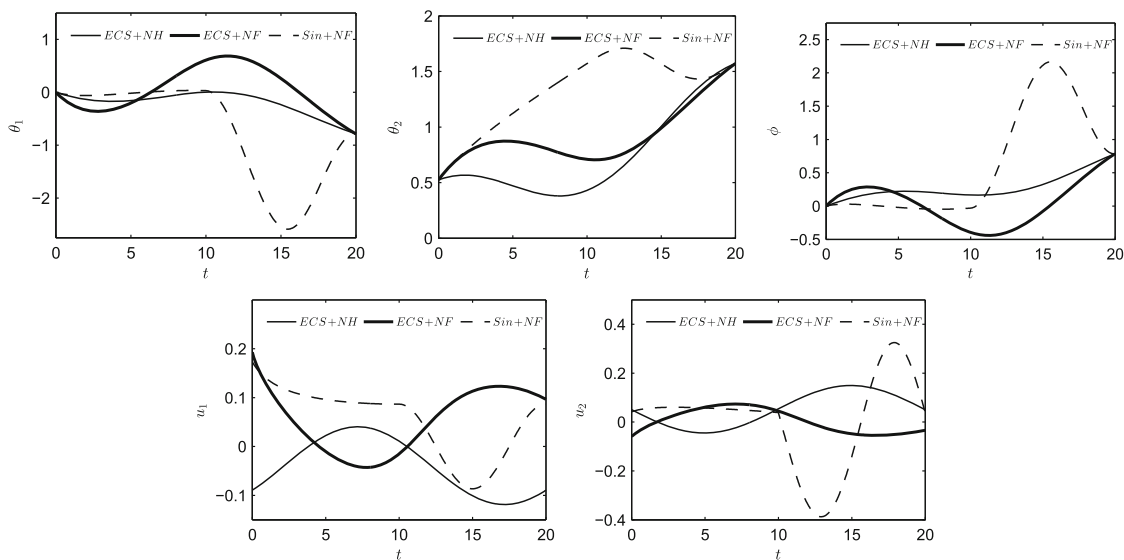
1. dla $\theta_2 \neq 0, \pi$ (poza osobliwościami)

$$\begin{aligned} z_1 &= \cos \theta_2, & z_2 &= -\frac{D}{p}(2\phi + 2\theta_1 + \theta_2), \\ z_3 &= \frac{1}{p}((I + B + C)\phi + (B + C)\theta_1 + C\theta_2), & u_2 &= -\frac{1}{\sin \theta_2}v_1, \\ u_1 &= -\frac{a(\theta_2)}{b(\theta_2) + 1} + \frac{c(\theta_2) + \frac{1}{2}}{(b(\theta_2) + 1)\sin \theta_2}v_1 - \frac{p}{2D(b(\theta_2) + 1)}v_2. \end{aligned}$$

2. w otoczeniu punktu $\theta_2 = 0$ (w pobliżu osobliwości)

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{2} \sin \frac{1}{2}\theta_2, & z_2 &= \frac{D}{p}(2\phi + 2\theta_1 + \theta_2), \\ z_3 &= \frac{1}{p}((I + B + C + 2D)\phi + (B + C + 2D)\theta_1 + (C + D)\theta_2), & u_2 &= -\frac{\sqrt{2}}{\cos \frac{\theta_2}{2}}v_1, \\ u_1 &= -\frac{a(\theta_2)}{b(\theta_2) + 1} - \frac{\sqrt{2}(c(\theta_2) + \frac{1}{2})}{(b(\theta_2) + 1)\cos \frac{\theta_2}{2}}v_1 + \frac{p}{2D(b(\theta_2) + 1)}v_2. \end{aligned}$$

Zadanie planowania ruchu rozwiązano trzema sposobami. Pierwszy (ECS+NH), zakładał zastosowanie algorytmu jacobianowego do modelu dynamiki manipulatora kosmicznego (25). W drugim (ECS+NF), przetransformowano zadanie planowania ruchu do postaci normalnej (26) lub (27), rozwiązano problem planowania ruchu za pomocą algorytmu jacobianowego i rozwiązanie przetransformowano z powrotem do układu oryginalnego (25). Wariant ostatni (Sin+NF) zakładał przetransformowanie zadania do postaci normalnej i rozwiązania go za pomocą algorytmu sterowań sinusoidalnych i przetransformowanie rozwiązania do układu oryginalnego. Wyniki badań przedstawione na rys. 24 pokazały, że postaci normalne mogą być z powodzeniem stosowane do rozwiązywania zadań planowania ruchu manipulatora kosmicznego zarówno z dala jak i w pobliżu osi. Zastosowanie postaci normalnych znacznie ułatwiało otrzymanie rozwiązania zadania planowania ruchu.

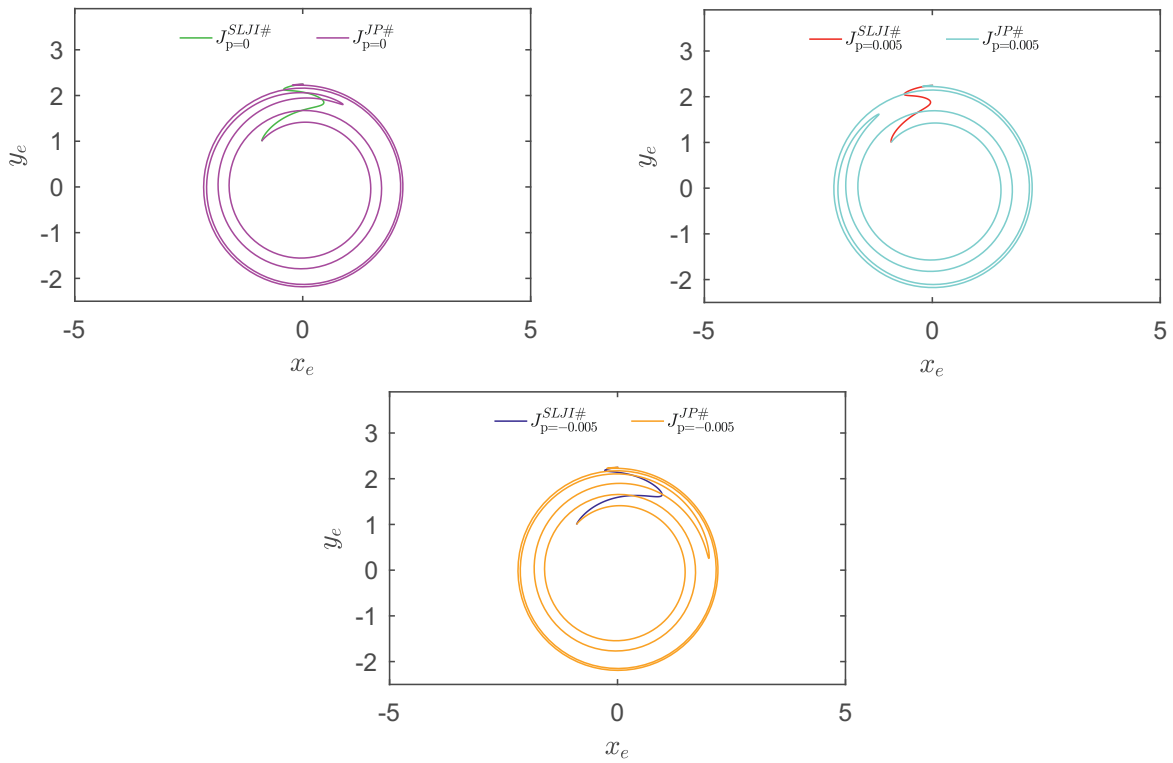


Rysunek 24: Rozwiązanie zadania planowania ruchu

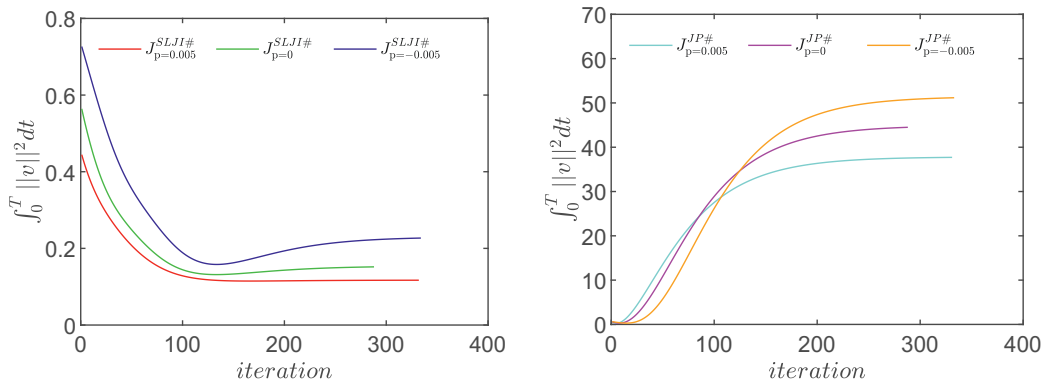
W artykule [A8] poprzez zmianę współrzędnych oraz odpowiednie sprzężenie zwrotne zaproponowano postać pre-normalną planarnego manipulatora o $k = 2, 3, \dots, 8$ stopniach swobody umieszczonego na swobodnie poruszającej się bazie. W tym celu zaproponowano nowe współrzędne $(\alpha, \beta, \theta_2, \dots, \theta_k)$ oraz ponownie wyznaczono ograniczenia w postaci Pfaffa w nowych współrzędnych

$$\dot{\alpha} + b_1 \dot{\beta} + b_2 \dot{\theta}_2 + \dots + b_k \dot{\theta}_k = p,$$

gdzie b_i , $i = 1, \dots, k - 1$ są funkcjami zależnymi od odpowiednich współrzędnych przegubowych. Mając dane ograniczenia, wyrażone w nowych współrzędnych łatwo wyznaczyć postać pre-normalną układu reprezentującego dynamikę układu robotycznego jako afiniczny układ



Rysunek 25: Manipulator kosmiczny 5R: trajektorie końca efektora



Rysunek 26: Manipulator kosmiczny 5R: energia sterowania

Warto zauważyć, że w przypadku k nieparzystego postać normalna zawiera jednowymiarowy, niezależny podsystem $\dot{z}_{k+1} = v_k$. Zarówno z_{k+1} jak i v_k nie pojawia się w pozostałych równaniach tej postaci normalnej.

Następnie w [A8] postawiono hipotezę postulowanych warunków istnienia postaci normalnej.

- Dla $k = 2r$ istnieje postać normalna (28) poza zbiorem

$$S_k = \{(\phi, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in \mathbb{T}^{k+1} \mid \sin \theta_2 = 0 \text{ lub } \sin \theta_4 = 0 \text{ lub } \dots \text{ lub } \sin \theta_{2r} = 0\}.$$

- Dla $k = 2r + 1$ istnieje postać normalna (29) poza zbiorem

$$\mathcal{S}_k = \{(\phi, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in \mathbb{T}^{k+1} \mid \mathcal{S}_1 \text{ lub } \mathcal{S}_2 \text{ lub } \dots \text{ lub } \mathcal{S}_r\},$$

gdzie

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1 &= \sin \theta_2 = \sin \theta_3 = 0 \text{ lub } \sin \theta_2 = \sin \theta_5 = 0 \text{ lub } \dots \text{ lub } \sin \theta_2 = \sin \theta_{2r+1} = 0, \\ \mathcal{S}_2 &= \sin \theta_4 = \sin \theta_5 = 0 \text{ lub } \sin \theta_4 = \sin \theta_7 = 0 \text{ lub } \dots \text{ lub } \sin \theta_4 = \sin \theta_{2r+1} = 0, \\ \mathcal{S}_3 &= \sin \theta_6 = \sin \theta_7 = 0 \text{ lub } \sin \theta_6 = \sin \theta_9 = 0 \text{ lub } \dots \text{ lub } \sin \theta_6 = \sin \theta_{2r+1} = 0, \\ &\dots \\ \mathcal{S}_r &= \sin \theta_{2r} = \sin \theta_{2r+1} = 0. \end{aligned}$$

W dalszej części [A8] zdefiniowano sterowania osobliwe i odpowiednie osobliwości konfiguracyjne. Na ich podstawie wysnuto wniosek, że z punktu widzenia zastosowania jacobianowych algorytmów planowania ruchu preferowane są manipulatory o parzystej liczbie stopni swobody.

Podsumowując: do zalet stosowania postaci pre-normalnej można zaliczyć: skrócenie czasu oczekiwania na rozwiązanie zadania planowania ruchu, co jest szczególnie ważne przy obliczeniach wykonywanych dla manipulatorów o większej liczbie stopni swobody niż 3. Dodatkowo, zastosowanie lagranżowskiego jacobianowego algorytmu planowania ruchu dla manipulatora kosmicznego skutkuje zmniejszeniem obszerności ruchów i energii w porównaniu z algorytmem jacobianu pseudoodwrotnego. Wymieniając zalety stosowania metody postaci normalnych należy podkreślić jej prostotę i możliwość stosowania algorytmów znanych z literatury, np. sterowania sinusoidalnego czy wielomianowego, ale także innych bardziej skomplikowanych algorytmów dających lepsze wyniki z punktu widzenia zużycia energii, czy innych kryteriów. Do wad metody należy zaliczyć trudność w wyznaczeniu postaci sprzężenia zwrotnego transformującego układ oryginalny do postaci normalnej. Jak dotąd udało się je otrzymać w postaci jawnej tylko dla przypadku manipulatora 2R, dla manipulatorów o większej liczbie stopni swobody $k > 2$ ciągle nie. Jednakże w tych przypadkach z powodzeniem można posłużyć się postacią pre-normalną. Co ciekawe, z punktu widzenia zastosowania postaci normalnych, preferowane są manipulatory o parzystej liczbie stopni swobody.

IV.3 Podsumowanie dotychczasowych badań

- W pracy [A3] wyprowadzono dynamicznie zgodną odwrotność jacobianu dla układów holonomicznych niespotykanymi wcześniej w literaturze metodami: geometryczną i optymalizacji.
- Definicję zadania aproksymacji algorytmu dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu algorytmem typu jacobianu rozszerzonego zawiera praca [A1]. Tak zdefiniowany algorytm typu jacobianu rozszerzonego w efektywny sposób przybliża w swoim zachowaniu algorytm dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu a dodatkowo (z natury) posiada własność powtarzalności, która jest cenna szczególnie w realizacji zadań (ruchów) cyklicznych. Autorka zdefiniowała również miarę jakości pozwalającą na analizę efektywności przyjętego rozwiązania.
- Zastosowanie metody endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej oraz analogii do układów holonomicznych, pozwoliło na zdefiniowanie dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu

oraz algorytmu planowania ruchu opartego o ten właśnie jacobian dla układów nieholonomicznych. Praca [C4] zawiera wyprowadzenie dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu dla układów nieholonomicznych wyrażonych poprzez bezdryfowy układ sterowania z funkcją wyjścia metodą analizy sił w układzie. Następnie w pracy [A2] została wyprowadzona dynamicznie zgodna odwrotność jacobianu dla manipulatora mobilnego składającego się z nieholonomicznej platformy i holonomicznego manipulatora. Odwrotność została wyprowadzona przy pomocy: metody geometrycznej, metody analizy sił w układzie i metody optymalizacji. W tym przypadku konieczna okazała się również modyfikacja jacobianowego algorytmu planowania ruchu bazującego na metodzie endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej.

- Rozszerzenie definicji trzech metod (geometrycznej, analizy sił w układzie i optymalizacji) wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu na układy nieholonomiczne w postaci bezdryfowego układu sterowania zawiera praca [A3].
- W pracy [A5] skupiono się na uogólnieniu dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu oraz jacobianowego algorytmu planowania ruchu na afiniczne układy sterowania z funkcją wyjścia.
- Przedstawienie parametrycznej wersji wszystkich koncepcji leżących u podstaw wyprowadzenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu oraz stowarzyszonego z nią jacobianowego algorytmu planowania ruchu znajduje się w pracy [A4]. Praca ta zawiera również rozważania na temat osobliwości metody.
- Uogólnioną lagranżowską odwrotność jacobianu oraz nowy jacobianowy algorytm planowania ruchu dla układów nieholonomicznych w postaci bezdryfowego układu sterowania zdefiniowano po raz pierwszy w [A6], a następnie rozszerzono na układy afiniczne w [C6]. Ze względu na efektywność obliczeń wyprowadzono parametryczną wersję algorytmu planowania ruchu w oparciu o ogólną lagranżowską odwrotność jacobianu. W [A6] wprowadzono i zbadano sześć wersji algorytmu z różnymi postaciami uogólnionej lagranżowskiej odwrotności jacobianu.
- Pierwsza definicja postaci normalnych dla przypadku płaskiego manipulatora kosmicznego swobodnie szybującego o dwóch stopniach swobody, wraz z odpowiednim sprzężeniem zwrotnym, znajduje się w [A7]. Rozszerzenie definicji postaci pre-normalnych oraz normalnych na manipulatory o k stopniach swobody zawarto w pracy [A8]. Prace [C14, C16] traktują o planowaniu ruchu manipulatorów kosmicznych z wykorzystaniem odpowiednio postaci normalnych i pre-normalnych. Wzięto tutaj pod uwagę zarówno jacobianowe algorytmy planowania ruchu jak i, dla porównania, inne znane z literatury, np. algorytm sterowań sinusoidalnych.
- Definicję jacobianowego algorytmu planowania ruchu z nieparametryczną reprezentacją orientacji dla trójwymiarowego manipulatora kosmicznego opartego o endogeniczną przestrzeń konfiguracyjną zawiera praca [A9].

IV.4 Planowane dalsze aktywności badawcze

Habilitantka planuje kontynuować badania z zakresu planowania ruchu układów robotycznych. Poniżej zarysowane są perspektywiczne kierunki rozwoju dotychczasowych badań:

- Dalszy rozwój przedstawionych teorii związanych z jakobianowymi algorytmami planowania ruchu robotów holonomicznych i nieholonomicznych. Zaliczyć tutaj można aproksymację kolejnych algorytmów jakobianowych za pomocą algorytmu typu jakobianu rozszerzonego z rozszerzeniem na układy nieholonomiczne. Ze względu na aplikowalność w rzeczywistych modelach, ważna jest również kwestia wprowadzania do algorytmów ograniczeń, takich jak: ograniczenie maksymalnych wartości, czy energii sterowania, unikanie osobliwości, omijanie przeszkód, czy wywieranie wpływu na przebieg funkcji sterującej (rozwiązania zadania planowania ruchu). Habilitantka otrzymała już wstępne wyniki w tym zakresie, które są zawarte w raporcie [D10].
- Kolejnym tematem, nad którym planuje pracować habilitantka, jest zbadanie przydatności i efektywności różnych jakobianowych algorytmów w zadaniu planowania ruchu manipulatorów kosmicznych w kontekście obecności Polski w badaniach ESA (Europejskiej Agencji Kosmicznej).
- Obecne wyniki związane z postaciami normalnymi manipulatorów kosmicznych zostały otrzymane dla stosunkowo prostych modeli planarnych. Te wyniki habilitantka będzie starała się rozwinąć poprzez próbę uogólnienia ich na bardziej złożone modele, w tym przypadki przestrzenne.
- Wyznaczenie postaci normalnych dla modeli układów robotycznych innych niż manipulatory kosmiczne i stosowanie paradygmatu w ich planowaniu ruchu.

V. INFORMACJA O WYKAZYWANIU SIĘ ISTOTNĄ AKTYWNOŚCIĄ NAUKOWĄ ALBO ARTYSTYCZNĄ REALIZOWANĄ W WIĘCEJ NIŻ JEDNEJ UCZELNI, INSTYTUCJI NAUKOWEJ LUB INSTYTUCJI KULTURY, W SZCZEGÓLNOŚCI ZAGRANICZNEJ.

Przed uzyskaniem stopnia doktora habilitantka brała udział w 2009 HYCON-EECI Graduate School on Control, w temacie: „Stabilization of nonlinear dynamical systems” zorganizowanej przez European Embedded Control Institute w Gif-sur-Yvette we Francji. Udział w tym wydarzeniu umożliwił habilitantce nawiązanie kontaktów z naukowcami z innych europejskich ośrodków naukowych.

Po uzyskaniu stopnia doktora, habilitantka brała udział (jako główny wykonawca) w projekcie finansowanym przez Narodowe Centrum Nauki (NCN) pod tytułem „Mobilność nieholonomicznych robotów kosmicznych w obecności przestrzennie rozległych przeszkód posiadających moment pędu” pod kierownictwem prof. J. Sasiadka (Carleton University, Ottawa, Kanada) realizowanym w konsorcjum: Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk (CBK PAN) i Politechniki Wrocławskiej (PWr). Realizacja wspomnianego projektu umożliwiła habilitantce poznanie metod pracy innych zespołów badawczych.

Również po uzyskaniu stopnia doktora, stosunkowo niedawno nawiązana została współpraca naukowa z jednostką zagraniczną: Laboratoire de Mathématiques (LMI) Institut National des Sciences Appliquées (INSA) w Rouen we Francji. Kooperacja z czołowym naukowcem z dziedziny Teorii Sterowania i Teorii Systemów prof. W. Respondkiem już zaowocowała wspólną publikacją na temat postaci normalnych manipulatorów kosmicznych typu free-floating [A7]. Wspomniana publikacja stanowi wstęp do intensyfikacji kooperacji, co w przyszłości zaowocuje dalszymi wspólnymi badaniami i/lub publikacjami. Dodatkowo, w ramach współpracy prof. Respondkiem wygłosił serię wykładów, zarówno dla studentów jak i kadry akademickiej, na Politechnice

Wrocławskiej pt. „Geometric Nonlinear Control Theory and Applications: controllability and linearization”.

VI. INFORMACJA O OSIĄGNIĘCIACH DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZACYJNYCH ORAZ POPULARYZUJĄCYCH NAUKĘ LUB SZTUKĘ.

VI.1 Działalność dydaktyczna

Współtworzenie planów i programów studiów (Krajowe Ramy Kwalifikacji) dla reorganizowanego kierunku Automatyka i Robotyka na nowo utworzonym Wydziale Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Politechniki Wrocławskiej. Opracowanie Kart Przedmiotów dla nowych kursów

- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów,
- Teoretyczne Aspekty Układów Dynamicznych,
- Układy Dynamiczne z Zastosowaniami,

Przygotowanie i ciągła aktualizacja wykładów, opracowanie ćwiczeń, stanowisk i instrukcji laboratoryjnych oraz prowadzenie zajęć dydaktycznych z następujących przedmiotów:

- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów - wykład,
- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów - laboratorium,
- Mathematical Methods of Automation and Robotics - wykład w języku angielskim,
- Mathematical Methods of Automation and Robotics - ćwiczenia w języku angielskim.
- Metody Matematyczne Automatyki i Robotyki - ćwiczenia,
- Robotyka - ćwiczenia,
- Robotyka - laboratorium,
- Robotyka - seminarium,
- Podstawy Robotyki - laboratorium w języku polskim,
- Podstawy Robotyki - laboratorium w języku angielskim,

Opracowanie ćwiczeń laboratoryjnych i oprogramowania niezbędnego do przeprowadzenia zajęć dydaktycznych

- z zakresu robotyki: manipulatory przemysłowe, roboty mobilne, system ROS, i inne (w języku polskim i w języku angielskim).
- z zakresu przetwarzania obrazów: opracowanie dedykowanej biblioteki dla środowiska Matlab/Simulink dla zajęć laboratoryjnych.

VI.1.1 Prace dyplomowe

Aktywność habilitantki obejmuje również działania dotyczące dydaktyki w ramach prowadzenia prac dyplomowych zarówno inżynierskich jak i magisterskich. Poniżej przedstawiono podsumowanie prowadzonych działań.

- * Promotor 23 prac inżynierskich
- * Promotor 7 prac magisterskich w języku polskim
- * Promotor 3 prac magisterskich w języku angielskim

Wśród prac dyplomowych inżynierskich i magisterskich realizowanych pod opieką habilitantki są prace teoretyczne z zakresu modelowania, planowania ruchu i sterowania robotów holonomicznych i nieholonomicznych [E1, E2, E4, E10, E11, E19], w tym prace o tematyce nawiązującej do badań habilitantki [E5, E12, E15]. Inną grupę stanowią prace, których celem jest zaprojektowanie oraz praktyczna realizacja konstrukcji robotów. W trakcie realizacji prac dyplomowych powstały konstrukcje m in. manipulatora stacjonarnego [E20], kołowego manipulatora mobilnego [E16], robota mobilnego o sterowaniu opartym na sieci neuronowej [E18], czy balansującego na kuli [E14]. Kolejna tematyka prac ściśle związana z robotyką dotyczy tworzenia środowisk symulacyjno-wizualizacyjnych [E8, E13, E17], które następnie mogą być wykorzystane w procesie dydaktycznym. Habilitantka prowadziła również prace z zakresu przetwarzania obrazów czy tworzenia systemów wizyjnych [E3, E7, E9], a także aplikacji systemu wizyjnego do sterowania manipulatorem [E21, E22].

Na podkreślenie zasługuje fakt iż praca [E20] zajęła I miejsce w konkursie na najlepszą pracę dyplomową organizowanym przez Stowarzyszenie Elektryków Polskich (SEP) o/Wrocław. Ponadto, wśród dyplomantów habilitantki znaleźli się również laureaci konkursu TOP10 Wydziału Elektroniki Politechniki Wrocławskiej.

- [E1] Marek Kolasa. „Planowanie ruchu manipulatorów z uwzględnieniem zadania dodatkowego”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E2] Dominik Koszkuł. „Modelowanie i sterowanie wahadła reakcyjnego”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E3] Adam Balawender. „System stereowizyjny dla małego robota mobilnego”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E4] Karolina Durasiewicz. „Modelowanie i sterowanie robota mobilnego klasy (3,0)”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E5] Zuzanna Różycka. „Wpływ postaci funkcji rozszerzającej na jakość aproksymacji jacobianowych algorytmów kinematyki odwrotnej”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E6] Magdalena Wierzbicka. „Algorytmy sterowania robotami pływającymi”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E7] Konrad Cybulski. „A moving object counting system based on image analysis”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E8] Piotr Dulewicz. „Trójwymiarowa wizualizacja konfiguracji manipulatora”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.

- [E9] Tobiasz Jakubowski. „Detekcja głębi na podstawie sekwencji obrazów”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E10] Wojciech Makuch. „Modele kinematyki i dynamiki wybranych manipulatorów mobilnych”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E11] Tymoteusz Para. „Modelowanie i sterowanie czterowirnikowca”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E12] Michał Swoboda. „Aproksymacja algorytmu jakobianu pseudoodwrotnego dla manipulatora o stopniu redundancji większym niż jeden”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E13] Artur Kowalczyk. „Programowy symulator manipulatora IRB1400”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E14] Łukasz Maliszewski. „Modeling and control of the mobile platform balancing on a ball”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E15] Ada Weiss. „Jakobianowy algorytm planowania ruchu nieholonomicznych robotów kosmicznych”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E16] Paweł Cembaluk. „Manipulator osadzony na platformie mobilnej sterowany przez aplikację mobilną”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.
- [E17] Adam Królewiecki. „Wykorzystanie środowiska ROS do sterowania wirtualną robotyczną ręką”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.
- [E18] Jakub Olejnik. „Autonomiczny robot mobilny sterowany sztuczną siecią neuronową”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.
- [E19] Krzysztof Pawliński. „Wybrane algorytmy sterowania formacją robotów mobilnych”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.
- [E20] Jakub Tomaszewski. „Projekt i budowa manipulatora stacjonarnego”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.
- [E21] Patrick Rossol. „Sterowanie manipulatorem Fanuc w oparciu o system wizyjny”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów, Politechnika Wrocławska, 2022.
- [E22] Wiktor Springer. „Sterowanie manipulatorem UR3 w oparciu o system wizyjny”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów, Politechnika Wrocławska, 2022.

VII. OPRÓCZ KWESTII WYMIENIONYCH W PKT. 1-6, WNIOSKODAWCA MOŻE PODAĆ INNE INFORMACJE, WAŻNE Z JEGO PUNKTU WIDZENIA, DOTYCZĄCE JEGO KARIERY ZAWODOWEJ.

VII.1 Publikacje spoza cyklu stanowiącego podstawę ubiegania się o habilitację

Praca naukowa habilitantki przed uzyskaniem stopnia doktora skupiała się głównie wokół konstrukcji algorytmów planowania ruchu robotów [B1–B6]. Również po uzyskaniu stopnia doktora temat planowania ruchu stanowił dla habilitantki główny obszar zainteresowań [D4, C1–C5, D6, C6, C9, C10, C12–C16, D10]. Z kolei zestaw prac [C7, C15, C17] stanowi podsumowanie

badania nad analizą osobliwości układów nieholonomicznych za pomocą metody postaci normalnych. Dodatkowo, habilitantka prowadziła prace badawcze w zakresie algorytmów sterowania pozycyjno-siłowego [C8, C11] jak i modelowania [D7]. Poniżej znajduje się spis publikacji, które nie są częścią cyklu stanowiącego podstawę ubiegania się o habilitację.

OKRES PRZED UZYSKANIEM STOPNIA DOKTORA

- [B1] Adam Ratajczak, **Joanna Ratajczak**, i Krzysztof Tchoń. „Algorytm planowania ruchu statku z priorytetowaniem zadań: metoda endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej”. W: *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektronika* 166 (2008), strony 535–544
Punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [B2] Krzysztof Tchoń, **Joanna Ratajczak**, i Mariusz Janiak. „Approximation of Jacobian inverse kinematics algorithms”. W: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 19.4 (2009). DOI: 10.2478/v10006-009-0041-3, strony 519–531
Lista Filadelfijska, **IF: 0.684**, punktacja MNiSW/MNiE: 9.
- [B3] Adam Ratajczak, **Joanna Ratajczak**, i Krzysztof Tchoń. „Task-priority motion planning of underactuated systems: an endogenous configuration space approach”. W: *Robotica* 28.6 (2010). DOI: 10.1017/S0263574709990737, strony 885–892
Lista Filadelfijska, **IF: 0.939**, punktacja MNiSW/MNiE: 27.
- [B4] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Asymptotyczna reprodukcja trajektorii stanu robota”. W: *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektronika* 175 (2010), strony 457–466
Punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [B5] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Continuation method approach to trajectory planning in robotic systems”. W: *MMAR 2011: 16th International Conference on Methods and Models in Automation & Robotics: conference proceedings*. Międzyzdroje, Polska, sierpień 2011, strony 51–56. DOI: 10.1109/MMAR.2011.6031315
Referat konferencyjny, Punktacja MNiSW/MNiE: 10 (Web of Science).
- [B6] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Optimal extended Jacobian inverse kinematics algorithm with application to attitude control of robotic manipulators”. W: *RoMoCo'11: 8th International Workshop on Robot Motion and Control: workshop proceedings*. Pod red. Krzysztofa Kozłowskiego. Vol. 422. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Wąsowo, Polska: Springer, czerwiec 2012, strony 237–246. ISBN: 9781447123422
Punktacja MNiSW/MNiE: 10 (Web of Science).

OKRES PO UZYSKANIU STOPNIA DOKTORA

- [C1] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Performance-oriented design of inverse kinematics algorithms: extended Jacobian approximation of the Jacobian pseudo inverse”. W: *Journal of Mechanisms and Robotics* 4.2 (2012). DOI: 10.1115/1.4006192, p. 021008
Lista Filadelfijska, **IF: 0.967**, punktacja MNiSW/MNiE: 2.

- [C2] **Joanna Ratajczak**, Krzysztof Tchoń, i Mariusz Janiak. „Approximation of Jacobian inverse kinematics algorithms: differential geometric vs. variational approach”. W: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 68.3/4 (2012). DOI: 10.1007/s10846-012-9679-4, strony 211–224
Lista Filadelfijska, **IF: 0.827**, punktacja MNiSW/MNiE: 20.
- [C3] **Joanna Ratajczak**. „Aproksymacja algorytmu jacobianu dynamicznie zgodnego algorytmem typu jacobianu rozszerzonego”. W: *Postępy robotyki. T. 2*. Pod red. Krzysztofa Tchoń i Cezarego Zielińskiego. Vol. 194. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa, Polska: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014, strony 649–658. ISBN: 9788378142621
Rozdział w monografii. Punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [C4] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Non-holonomic motion planning using dynamically consistent Jacobian inverse”. W: *1st IMA Conference on Mathematics of Robotics: conference proceedings*. Oxford, Wielka Brytania, wrzesień 2015, strony 1–8
Referat konferencyjny.
- [C5] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Nowe jacobianowe algorytmy planowania ruchu robotów nieholonomicznych”. W: *Postępy robotyki. T. 2*. Pod red. Krzysztofa Tchoń i Cezarego Zielińskiego. Vol. 195. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa, Polska: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2016, strony 541–552. ISBN: 9788378145622
Rozdział w monografii. Punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [C6] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „General Lagrangian Jacobian motion planning algorithm for affine robotic systems with application to a space manipulator”. W: *MMAR 2017: 22nd International Conference on Methods and Models in Automation & Robotics: conference proceedings*. Międzyzdroje, Polska, wrzesień 2017, strony 909–914. DOI: 10.1109/MMAR.2017.8046950
Referat konferencyjny. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: 1 (IEEE).
- [C7] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Kinematic and dynamic singularities of non-holonomic robotic systems”. W: *RoMoCo'17: 11th International Workshop on Robot Motion and Control: workshop proceedings*. Pod red. Krzysztofa Kozłowskiego. Wąsowo, Polska, lipiec 2017, strony 148–153. DOI: 10.1109/RoMoCo.2017.8003906
Referat konferencyjny. Punktacja MNiSW/MNiE: 15 (Web of Science).
- [C8] Alicja Mazur et al. „Porównanie algorytmów sterowania pozycyjno-siłowego dla manipulatora typu RTR”. W: *Postępy robotyki*. Pod red. Krzysztofa Tchoń i Cezarego Zielińskiego. Vol. 196. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa, Polska: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2018, strony 219–228. ISBN: 9788378147992
Rozdział w monografii, punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [C9] Adam Ratajczak i **Joanna Ratajczak**. „Planowanie manewru dokowania manipulatora kosmicznego typu planarne trójwahadło metodą endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej”. W: *Postępy robotyki*. Pod red. Krzysztofa Tchoń i Cezarego Zielińskiego. Vol. 196. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa, Polska: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2018, strony 51–60. ISBN: 9788378147992
Rozdział w monografii, punktacja MNiSW/MNiE: 2.

- [C10] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Lagrangowskie jacobianowe algorytmy planowania ruchu robotów przy afinicznych ograniczeniach typu Pfaffa”. W: *Postępy robotyki*. Pod red. Krzysztofa Tchońa i Cezarego Zielińskiego. Vol. 196. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa, Polska: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2018, strony 319–328. ISBN: 9788378147992
Rozdział w monografii, punktacja MNiSW/MNiE: 2.
- [C11] Alicja Mazur et al. „Modified position-force control for a manipulator geometrically constrained by round obstacles”. W: *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems* 13.2 (2019). DOI: 10.14313/JAMRIS/2-2019/19, strony 60–67
Punktacja MNiSW/MNiE: 40.
- [C12] Adam Ratajczak i **Joanna Ratajczak**. „Trajectory reproduction algorithm in application to an on-orbit docking maneuver with tumbling target”. W: *RoMoCo'19: 12th International Workshop on Robot Motion and Control: workshop proceedings*. Pod red. Krzysztofa Kozłowskiego. Poznań, Polska, czerwiec 2019, strony 172–177. DOI: 10.1109/RoMoCo.2019.8787367
Referat konferencyjny. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: 1 (IEEE).
- [C13] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Lagrangian Jacobian motion planning with application to a free-floating space manipulator”. W: *RoMoCo'19: 12th International Workshop on Robot Motion and Control: workshop proceedings*. Pod red. Krzysztofa Kozłowskiego. Poznań, Polska, czerwiec 2019, strony 166–171. DOI: 10.1109/RoMoCo.2019.8787384
Referat konferencyjny. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: 1 (IEEE).
- [C14] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Feedback equivalence and motion planning of a space manipulator”. W: *Advances in Mechanism and Machine Science: proceedings of the 15th IFToMM World Congress on Mechanism and Machine Science*. Kraków, Polska, czerwiec 2019, strony 1691–1700. DOI: 10.1007/978-3-030-20131-9_167
Referat konferencyjny. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: 1 (Springer).
- [C15] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Singularities, normal forms, and motion planning for non-holonomic robotic systems”. W: *CDSR'19: 6th International Conference on Control, Dynamic Systems, and Robotics: conference proceedings*. Ottawa, Kanada, czerwiec 2019, strony 127-1–127-8. DOI: 10.11159/cdsr19.127
Referat konferencyjny. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: spoza (International ASET Inc).
- [C16] Krzysztof Tchoń, **Joanna Ratajczak**, i Janusz Jakubiak. „Normal forms of robotic systems with affine Pfaffian constraints: A case study”. W: *Advances in robot kinematics*. Pod red. Jadran Lenarcic i Vincenzo Parenti-Castelli. Vol. 8. Springer Proceedings in Advanced Robotics. Bologna, Włochy: Springer, 2019, strony 250–257. ISBN: 9783319931876
Rozdział w monografii. Poziom wydawcy z wykazu MNiSW/MNiE: 1 (Springer).
- [C17] Krzysztof Tchoń i **Joanna Ratajczak**. „Singularities of holonomic and non-holonomic robotic systems: A normal form approach”. W: *Journal of the Franklin Institute* 358.15 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2021.07.028>, strony 7698–7713
Lista Filadelfijska, **IF: 4.504**, punktacja MNiSW/MNiE: 100.

VII.2 Udział w projektach badawczych

W trakcie swojej kariery zawodowej habilitantka brała aktywny udział w następujących grantach naukowo-badawczych:

- 2008** Wykonawca w projekcie **LIREC** Roboty i interaktywni towarzysze życia (7. Program Ramowy),
- 2010/2012** Grant promotorski - N N514 088138 - „Aproksymacja algorytmów planowania ruchu robotów”
- 2013/2014** Laureatka konkursu (1. miejsce na liście rankingowej) o stypendium naukowo-badawcze dla młodego doktora (postdoca) „Młoda kadra 2015 plus” - finansowanie Program Operacyjny Kapitał Ludzki, oś priorytetowa 4.1.1 - umowa nr 59/PD/2013 ,
- 2016/2017** Kierownik projektu „Analiza efektywności przybliżenia dynamicznie zgodnej odwrotności jakobianu za pomocą jakobianu rozszerzonego ze względu na postać funkcji rozszerzającej” - 0402/0107/16. Dotacja na rozwój młodych naukowców – Młoda Kadra,
- 2014/2016** Główny wykonawca w grantcie NCN Opus 5 - 2013/09/B/ST7/02368 - „Rozwój jakobianowych algorytmów planowania ruchu robotów”,
- 2016/2020** Główny wykonawca w grantcie NCN Opus 7 - 2015/17/B/ST7/03995 - „Mobilność nieholonomicznych robotów kosmicznych w obecności przestrzennie rozległych przeszkód posiadających moment pędu”,

Główny wykonawca w grantach statutowych PWr w latach:

- 2007/2008** Projekt badawczy nr 344151, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”,
- 2008/2009** Projekt badawczy nr 344373, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”,
- 2009/2010** Projekt badawczy nr 344595, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”,
- 2010/2011** Projekt badawczy nr 344793, „Modele, algorytmy sterowania i planowania ruchu układów robotycznych z ograniczeniami”,
- 2011/2012** Projekt badawczy nr S10132, „Modele, algorytmy sterowania i planowania ruchu układów robotycznych z ograniczeniami”,
- 2012/2013** Projekt badawczy nr S20133, „Modele, sterowanie i planowanie ruchu robotów”,
- 2013/2014** Projekt badawczy nr S30134, „Modele, sterowanie i planowanie ruchu robotów przemysłowych, usługowych i społecznych”,
- 2014/2015** Projekt badawczy nr 0401/0049/14, „Modelowanie i sterowanie robotów holonomicznych i nieholonomicznych”
- 2015/2016** Projekt badawczy nr 0401/0018/15, „Sterowanie robotów mobilnych i interaktywnych”,
- 2016/2017** Projekt badawczy nr 0401/0161/16, „Sterowanie i planowanie ruchu robotów manipulacyjnych i mobilnych”,

2017/2018 Projekt badawczy nr 0401/0143/17, „Rozwój modeli i algorytmów sterowania robotów mobilnych”,

2018/2019 Projekt badawczy nr 0401/0019/18, „Sterowanie, postacie normalne i osobliwości konfiguracyjne robotów nieholonomicznych”.

VII.3 Działalność badawczo-rozwojowa

Ponadto, oprócz współpracy z instytucjami o charakterze naukowym, habilitantka może wykazać się aktywnością naukową związaną z działalnością badawczo-rozwojową na rzecz firm komercyjnych. Habilitantka bierze aktywny udział w negocjacjach z przedstawicielami przemysłu, opracowywaniu studium wykonalności projektów, analiz koncepcyjnych, kosztorysowaniu prac badawczo-rozwojowych itd. Wśród współpracujących podmiotów można wymienić między innymi: KGHM ZANAM S.A. w zakresie robotyzacji samojedźnych wiertnic górniczych, firmę Cloud Best sp. z o. o. w zakresie sterowania przechyłem wąskich pojazdów drogowych, czy firmę Intec Automation sp. z o. o. w temacie robotyzacji stanowiska paletyzacji kamieni.

W rozdziale VII.7 zamieszczono pełną listę raportów Politechniki Wrocławskiej serii Sprawozdania oraz serii Preprint.

VII.4 Działalność organizacyjna

Do osiągnięć organizacyjnych habilitantki zaliczyć można:

- Członek Rady Wydziału Elektroniki w latach 2016-2019.
- Zastępca Kierownika Katedry Cybernetyki i Robotyki, Politechnika Wroclawska, od 2020.
- Organizacja Krajowej Konferencji Robotyki.

VII.5 Nagrody i wyróżnienia

Habilitantka jest laureatką następujących nagród:

- Przed uzyskaniem stopnia doktora
 - Award for the best paper delivered by a Young Author at the 16th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, w roku 2011.
- Po uzyskaniu stopnia doktora
 - Nagrody Rektora Politechniki Wrocławskiej w uznaniu wyróżniającego wkładu w działalność uczelni w latach 2013, 2016, 2019 i 2021.
 - Best Paper Award on The 6th International Conference of Control, Dynamic Systems, and Robotics (CDSR'19).
 - Nagroda programu PRIMUS Politechniki Wrocławskiej w roku 2021.
 - Nagroda programu SECUNDUS Politechniki Wrocławskiej w roku 2020.

Porównanie dorobku publikacyjnego przed i po uzyskaniu stopnia doktora jest zawarte w tabeli 3.

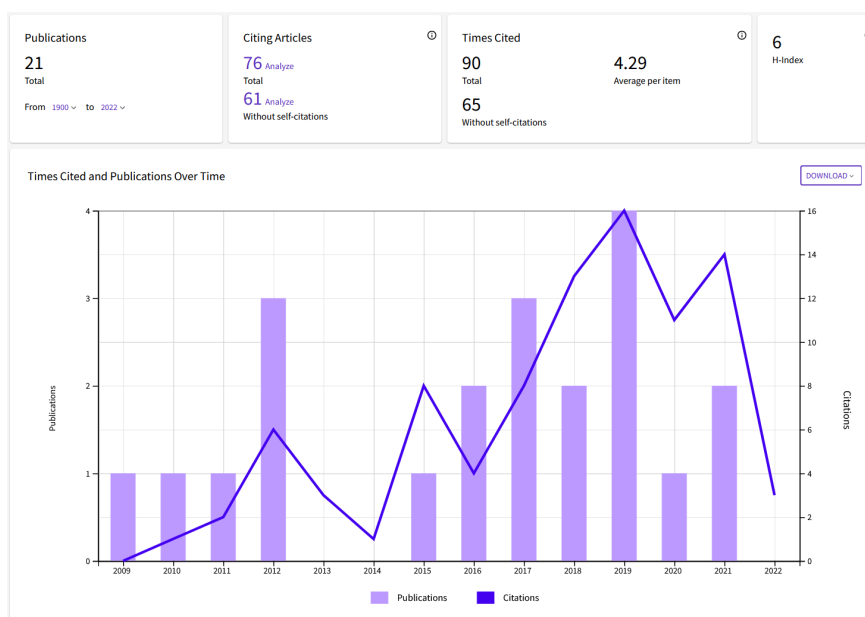
Tabela 3: Porównanie dorobku publikacyjnego przed i po uzyskaniu stopnia doktora

	Przed uzyskaniem stopnia doktora	Po uzyskaniu stopnia doktora
Liczba publikacji (ogółem)	6	26
Rozdziały w książce lub monografii	1	6
Liczba publikacji z listy JCR	2	12
Punkty MNiSW	60	232(2012-2018) 570(2019-2021)
Sumaryczny Impact Factor	1.623	39.512

VII.6 Dane naukometryczne

Podsumowanie działalności naukowej:

- Artykuły opublikowane w czasopismach JCR: **14**
- Pozostałe artykuły: **3**
- Sumaryczny Impact Factor publikacji naukowych według listy JCR po uzyskaniu stopnia doktora nauk technicznych: **39.512**
- Liczba cytowań publikacji według bazy Web of Science (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **90/65**
- Liczba cytowań publikacji według bazy Scopus (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **133/79**
- Liczba cytowań publikacji według bazy Google Scholar (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **172/103**
- Indeks Hirscha według bazy Web of Science: **6**



- Indeks Hirscha według bazy Scopus: **8**
- Indeks Hirscha według bazy Google Scholar: **9**
- Udział w krajowych i międzynarodowych projektach badawczych: **18**, w tym projekty statutowe PWr **13**
- Liczba referatów opublikowanych w materiałach konferencyjnych: **8**
- Recenzowanie:
 - artykułów w czasopismach
 - * IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems, **liczba recenzji 5**,
 - * IEEE Robotics and Automation Letters, **liczba recenzji 2**,
 - * Journal of Intelligent & Robotic Systems, **liczba recenzji 2**,
 - * Robotica, **liczba recenzji 2**,
 - * Robotic and Autonomous Systems, **liczba recenzji 1**,
 - * Research Journal of Biotechnology, **liczba recenzji 1**.
 - referatów konferencyjnych
 - * International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo), **liczba recenzji 5**,
 - * International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), **liczba recenzji 1**,
 - * IEEE Conference on Decision and Control (CDC), **liczba recenzji 1**,
 - * Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), **liczba recenzji 1**,
 - * International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), **liczba recenzji 2**,
 - * American Control Conference (ACC), **liczba recenzji 1**,
 - * Krajowa Konferencja Robotyki (KKR), **liczba recenzji 6**.

VII.7 Spis raportów

- [D1] Bogdan Kreczmer i **Joanna Ratajczak**. *Property testing of ultrasonic sonars*. Raporty Instytutu Informatyki, Automatyki i Robotyki, Ser. PRE 16. Wrocław: Politechnika Wrocławska, 2009.
- [D2] Paweł Ludwików i **Joanna Ratajczak**. *Programming the mobile robot Khepera*. Raporty Instytutu Informatyki, Automatyki i Robotyki, Ser. PRE 15. Wrocław: Politechnika Wrocławska, 2009.
- [D3] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. *Trajectory planning in robotic systems: a continuation method approach*. Raporty Instytutu Informatyki, Automatyki i Robotyki, Ser. PRE 81. Wrocław: Politechnika Wrocławska, 2010.

- [D4] **Joanna Ratajczak**. *Aproksymacja algorytmu jacobianu pseudoodwrotnego algorytmem typu jacobianu rozszerzonego dla robotów mobilnych*. Raporty Instytutu Informatyki, Automatyki i Robotyki, Ser. PRE 7. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2012.
- [D5] Andrzej Jabłoński, **Joanna Ratajczak**, i Adam Ratajczak. *Analiza koncepcyjna możliwości zastosowania metod automatyzacji i robotyzacji dla systemu wspomaganie operatora wiertnicy w kopalniach rudy miedzi*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania, Ser. PRE 28. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D6] **Joanna Ratajczak**. *Analiza efektywności przybliżenia dynamicznie zgodnej odwrotności jacobianu za pomocą jacobianu rozszerzonego ze względu na postać funkcji rozszerzającej*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki, Ser. SPR 47. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2017.
- [D7] **Joanna Ratajczak** i Adam Ratajczak. *Metodologia wyprowadzania modelu dynamiki manipulatorów kosmicznych. Teoria i obsługa aplikacji Mathematica*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki, Ser. SPR 26. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2017.
- [D8] **Joanna Ratajczak** i Adam Ratajczak. *Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów: biblioteka bloków simulink i ćwiczenia laboratoryjne*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki, Ser. SPR 39. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2018.
- [D9] **Joanna Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. *Normal forms and singularities of non-holonomic robotic systems: a study of free-floating space robots*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki, Ser. PRE 62. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2019.
- [D10] **Joanna Ratajczak**. *Nonholonomic motion planning with prescribed end points and via points in control function*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki, Ser. PRE 48. Wrocław: Politechnika Wroclawska, 2020.

Joanna Ratajczak